

Abstract Getalbegrip bij Leerlingen met Rekenproblemen:

Aanwezigheid en Ontwikkelingsverloop

Sharon Supith

Universiteit Leiden

Studentnummer: 1175718

Studierichting: Clinical Child and Adolescent Studies

Document: Afstudeerscriptie

Naam eerste begeleider: M.C. Guda, MSc.

Naam tweede begeleider: R.D. Plak, MSc.

Datum: 23december 2013



Universiteit Leiden

Abstract

Het vermogen om abstracte visueel weergegeven hoeveelheden nauwkeurig van elkaar te onderscheiden, ook wel abstract getalbegrip genoemd, kan een belangrijke invloed hebben op de ontwikkeling van rekenvaardigheden bij kinderen. Wanneer het getalbegrip van een kind zich niet optimaal ontwikkelt, verloopt het begrijpen van numerieke concepten moeizaam en daarmee ook het leren van rekengerelateerde vaardigheden. Abstract getalbegrip is vanaf jonge leeftijd aanwezig en het neemt bij kinderen zonder rekenproblemen toe in nauwkeurigheid, naarmate zij ouder worden. Kinderen met ernstige rekenproblemen hebben, in vergelijking met leeftijdsgenoten zonder rekenproblemen, een ontwikkelingsachterstand op het gebied van het abstracte getalbegrip. In de bestaande literatuur is er relatief weinig onderzoek gedaan naar de aanwezigheid en het ontwikkelingsverloop van het abstracte getalbegrip bij een breder gedefinieerde groep kinderen met rekenproblemen. Het huidige onderzoek richtte zich daarom op de aanwezigheid en het ontwikkelingsverloop van het abstracte getalbegrip bij deze doelgroep. Honderdtweënvijftig leerlingen uit groep zes, acht en de brugklas (gemiddelde leeftijd 11.5 jaar), maakten een rekenvaardigheidstest en een non-symbolische nummer vergelijkingstaak om hun abstract getalbegrip te meten. Leerlingen met een rekenprobleem presteerden niet significant anders dan leerlingen zonder een rekenprobleem ($p = .25$, $1 - \beta = .21$). Hiermee is geen bewijs gevonden voor de veronderstelling dat een minder ontwikkelt abstract getalbegrip een verklaring vormt voor de mindere rekenprestaties van een leerling. De leeftijd van zowel leerlingen met als zonder een rekenprobleem, blijkt geen voorspeller te zijn van het abstracte getalbegrip (respectievelijk $p = .08$, $f^2 = .06$ en $p = .26$, $f^2 = .004$).

Kernwoorden: abstract getalbegrip, non-symbolisch, rekenproblemen, ontwikkelingsverloop

Abstract Getalbegrip bij Leerlingen met een Rekenprobleem:

Aanwezigheid en Ontwikkelingsverloop

In het dagelijks leven spelen cijfers en getallen een prominente rol. Ze komen voor in verschillende vormen en hebben vele betekenissen. Zo kunnen cijfers en getallen een tijd of een datum aangeven of dienen als een identificatie van bijvoorbeeld een productnummer (Desoete & Braams, 2008). Binnen het onderwijs is er dan ook veel aandacht voor cijfers en getallen. Rekenen is een verplicht vak in zowel het basis- als voortgezet onderwijs (Rijksoverheid, n.d.). Het heeft betrekking op het manipuleren van cijfers en getallen, waardoor rekenkundige handelingen uitgevoerd kunnen worden zoals optellen, aftrekken, vermenigvuldigen en delen (Van Dale, Van der Sijs & Geeraerts, 2005). Rekenen bestaat uit verschillende rekengerelateerde vaardigheden, zoals de kennis van rekenfeiten, het begrijpen en toepassen van rekenprincipes en waarde inschatting (Dowker, 2005). Door deze verscheidenheid aan rekengerelateerde vaardigheden, is er sprake van heterogeniteit in de rekenproblemen die kinderen kunnen ervaren. Een kind heeft een rekenprobleem, wanneer zijn of haar leerrendement¹, met betrekking tot rekenen, beduidend lager is in vergelijking met leeftijdsgenoten (Melis, 2003).

Een eenduidige verklaring voor het ontstaan van rekenproblemen ontbreekt. Zo blijken rekenproblemen samen te hangen met specifieke cognitieve domeinen, zoals het werkgeheugen en het langetermijngeheugen. Kinderen met rekenproblemen zijn minder goed in staat om tijdelijke informatie vast te houden en deze tegelijkertijd te manipuleren (Passolunghi & Siegel, 2004). Daarnaast hebben zij, in vergelijking met leeftijdsgenoten zonder rekenproblemen, meer moeite met het ophalen van rekenfeiten uit het langetermijngeheugen (Geary & Hoard, 2005). Naast deze cognitieve verklaringen voor het ontstaan van rekenproblemen, bestaat ook de verklaring dat het getalbegrip bij kinderen met rekenproblemen minder goed is ontwikkeld, ten opzichte van leeftijdsgenoten zonder rekenproblemen (Butterworth, 2005). Getalbegrip is een aangeboren vermogen voor het herkennen en mentaal manipuleren van aantallen. Wanneer dit vermogen zich niet optimaal ontwikkelt, verloopt het begrijpen van in getallen uitgedrukte concepten moeizaam en dus ook het leren van rekengerelateerde vaardigheden (Butterworth, 2005).

Er zijn twee vormen van getalbegrip, namelijk concreet en abstract getalbegrip. Deze vormen kunnen in kaart worden gebracht aan de hand van symbolisch en non-symbolisch gepresenteerde hoeveelheden, die men kan onderscheiden in een grotere versus een kleinere hoeveelheid. Symbolisch gepresenteerde hoeveelheden bestaan uit cijfers en non-symbolisch gepresenteerde hoeveelheden bestaan uit betekenisloze vormen. Het huidige onderzoek richt zich op abstract getalbegrip, gemeten op basis van non-symbolisch gepresenteerde hoeveelheden. Hierbij is getalbegrip gespecificeerd als het

¹ Het leerrendement is een in procenten uitgedrukte score, die staat voor de ontwikkeling van een leerling ten aanzien van zijn of haar leerproces (Edumax, 2012).

vermogen om abstracte (zonder herkenbare voorstelling) visueel weergegeven hoeveelheden nauwkeurig te kunnen onderscheiden (Berch, 2005).

Abstract getalbegrip is reeds vanaf jonge leeftijd aanwezig en het blijft zich ontwikkelen tot in de volwassenheid (Halberda & Feigenson, 2008). Naarmate een kind zich ontwikkelt, neemt het getalbegrip in nauwkeurigheid toe. Kinderen van zes maanden oud kunnen onderscheid maken tussen abstracte visueel aangeboden hoeveelheden, waarbij één van de twee stimuli de dubbele hoeveelheid bevat van de andere stimulus (ratio van 1:2) (Xu & Spelke, 2000). Hierbij gaat het om ratio's met grotere aantallen, zoals 4 versus 8 en 8 versus 16 (Xu, 2003; Xu & Spelke, 2000). Het onderscheiden van abstracte visueel aangeboden hoeveelheden met kleinere aantallen, zoals 2 versus 4, lukt op deze leeftijd nog niet (Xu, 2003). Bij kinderen van tien maanden oud is het getalbegrip in nauwkeurigheid toegenomen naar het kunnen onderscheiden van abstracte visueel aangeboden hoeveelheden bij een ratio van 2:3. Ze kunnen bijvoorbeeld onderscheid maken tussen de aantallen 8 versus 12 (Xu & Arriaga, 2007). De nauwkeurigheid in het getalbegrip neemt toe tot aan het kunnen onderscheiden van abstracte visueel aangeboden hoeveelheden bij een ratio van 9:10 op de volwassen leeftijd (Halberda & Feigenson, 2008).

De hierboven omschreven aanwezigheid en het ontwikkelingsverloop van abstract getalbegrip heeft betrekking op kinderen en volwassenen zonder rekenproblemen. Over de aanwezigheid en het ontwikkelingsverloop van het abstracte getalbegrip bij kinderen met een rekenprobleem is minder bekend. Er is een significant verband gevonden bij kinderen tussen de drie en vijf jaar tussen hun abstract getalbegrip en hun rekenvaardigheden; hoe beter het getalbegrip, hoe beter de rekenvaardigheden (Libertus, Feigenson & Halberda, 2011). Dit verband wordt wisselend bevestigd bij onderzoeken onder oudere kinderen. Bij vergelijking van zes- en zevenjarige kinderen met ernstige rekenproblemen (presterend beneden het 16^e percentiel), zwakke rekenprestaties (presterend tussen het 16^e en 25^e percentiel) en kinderen zonder rekenproblemen (presterend boven het 25^e percentiel), is geen significant verschil gevonden in het abstracte getalbegrip (De Smedt & Gilmore, 2011). Er zijn wel verschillen gevonden tussen de groepen in de percentages van het aantal goede antwoorden op de gebruikte non-symbolische nummer vergelijkingstaak. Kinderen met zwakke rekenprestaties hadden meer antwoorden goed in vergelijking met kinderen met ernstige rekenproblemen. Daarentegen hadden kinderen zonder rekenproblemen meer antwoorden goed dan kinderen met zwakke rekenprestaties (De Smedt & Gilmore, 2011). Bij tienjarige kinderen met ernstige rekenproblemen is wel een significant verschil gevonden in het abstracte getalbegrip, in vergelijking met leeftijdsgenoten zonder rekenproblemen. Het abstracte getalbegrip van de kinderen met ernstige rekenproblemen was significant minder goed ontwikkeld (Piazza et al., 2010).

Net als bij kinderen zonder rekenproblemen, neemt het abstracte getalbegrip bij kinderen met rekenproblemen ook toe naarmate zij zich ontwikkelen. Bij een eerste meting tussen vijf- en zesjarige kinderen met ernstige rekenproblemen (presterend beneden het 10^e percentiel), zwakke rekenprestaties (presterend tussen het 10^e en 25^e percentiel) en kinderen zonder rekenproblemen (presterend boven het

25^e percentiel), is sprake van een significant verschil in het abstracte getalbegrip (Desoete, Ceulemans, De Weerd & Pieters, 2012). Hierbij is het getalbegrip van kinderen met zwakke rekenprestaties beter ontwikkeld dan dat van kinderen met ernstige rekenproblemen. Daarentegen is het abstracte getalbegrip van kinderen zonder rekenproblemen beter ontwikkeld dan dat van kinderen met zwakke rekenprestaties. Bij nameting op zeven- en achtjarige leeftijd is er geen sprake meer van een significant verschil in het abstracte getalbegrip tussen de groepen. Desondanks was het abstracte getalbegrip van kinderen met ernstige rekenproblemen nog steeds minder goed ontwikkeld dan dat van kinderen met zwakke rekenprestaties en was het abstracte getalbegrip van kinderen zonder rekenproblemen beter ontwikkeld dan dat van kinderen met zwakke rekenprestaties (Desoete, Ceulemans, De Weerd & Pieters, 2012).

Op basis van de hierboven genoemde bevindingen, zijn voor het huidige onderzoek de volgende onderzoeksvragen opgesteld: (1) is er een verschil in het abstracte getalbegrip van leerlingen (9 tot 14 jaar) met of zonder een rekenprobleem?, (2) neemt het abstracte getalbegrip van een leerling zonder een rekenprobleem toe, naarmate hij of zij ouder wordt? en (3) neemt het abstracte getalbegrip van een leerling met een rekenprobleem toe, naarmate hij of zij ouder wordt? Hierbij is de verwachting dat het abstracte getalbegrip van leerlingen zonder een rekenprobleem, beter is ontwikkeld dan bij leerlingen met een rekenprobleem. Aanvullend wordt verwacht dat het abstracte getalbegrip, zowel bij leerlingen met als zonder een rekenprobleem, toeneemt naarmate zij ouder worden.

Het huidige onderzoek draagt bij aan het bevestigen of het ontkrachten van de veronderstelling dat een aangeboren vermogen voor het herkennen en mentaal manipuleren van (non-symbolisch gepresenteerde) aantallen, bij leerlingen met een rekenprobleem minder goed is ontwikkeld ten opzichte van leeftijdsgenoten zonder rekenproblemen (Butterworth, 2005). Het onderzoek is gericht op de aanwezigheid en het ontwikkelingsverloop van het abstracte getalbegrip bij een brede groep leerlingen met rekenproblemen. Deze groep bestaat namelijk uit zowel leerlingen met ernstige rekenproblemen als leerlingen met zwakke rekenprestaties. Hiermee is het huidige onderzoek aanvullend op de reeds bestaande literatuur omtrent de aanwezigheid en het ontwikkelingsverloop van het abstracte getalbegrip bij leerlingen zonder rekenproblemen en leerlingen met ernstige rekenproblemen. Daarnaast zijn de onderzochte leerlingen tussen de 9 en 14 jaar, waardoor het huidige onderzoek tevens aanvullend is op de reeds bestaande literatuur over het abstracte getalbegrip onder jongere leerlingen.

Methode

Participanten

Voor het werven van participanten zijn in totaal 11 scholen benaderd. Leerkrachten van deze scholen hebben voorlichtingsfolders uitgedeeld onder hun leerlingen over het onderzoek. De voorlichtingsfolders bevatten een toestemmingsformulier, waarop aangegeven kon worden of leerlingen wilden deelnemen aan het onderzoek of niet en of er toestemming was voor het maken van video-opnamen. De toestemmingsformulieren moesten ingevuld en ondertekend worden door de

ouders van de leerlingen. In totaal zijn 533 voorlichtingsfolders/toestemmingsformulieren uitgedeeld, waarvan er 187 (35.1%) zijn terug ontvangen.

Van de benaderde leerlingen hebben er uiteindelijk 152 (28.5%) deelgenomen aan het onderzoek. Van deze leerlingen waren er 113 (74.3%) afkomstig uit het reguliere basisonderwijs en 39 (25.7%) uit het regulier voortgezet onderwijs. Binnen het basisonderwijs zijn leerlingen onderzocht uit de groepen zes en acht (zie Tabel 1). Binnen het voortgezet onderwijs heeft het onderzoek plaatsgevonden onder brugklasleerlingen uit vier MAVO/HAVO klassen. Deze leerlingen volgden allen onderwijs op een school, die gevestigd was in een impulsgebied². De brugklasleerlingen hadden een gemiddelde leeftijd van 12.9 jaar ($SD = 0.4$) en de groep bestond uit 28 (71.8%) meisjes en 11 (28.2%) jongens. Het aantal jongens binnen de totale participantengroep was 64 (42.1%) en het aantal meisjes was 88 (57.9%). De leerlingen waren afkomstig van scholen uit de provincies Zuid-Holland (7), Noord-Holland (3) en Noord-Brabant (1).

Leerlingen waarvan de ouders wel toestemming hadden gegeven voor deelname aan het onderzoek, maar geen toestemming hadden gegeven voor het maken van video-opnamen, waren uitgesloten van deelname ($n = 9$). Andere exclusiecriteria waren vooraf niet opgesteld.

Procedure

De testafname heeft plaatsgevonden tussen februari 2013 en april 2013. De testen zijn afgenomen door getrainde onderzoekers. Zij hadden de testen eerst afgenomen bij niet-deelnemende leerlingen (die tevens geen onderwijs volgden op één van de benaderde scholen) om bekend te raken met de meetinstrumenten. De rekenvaardigheidstest duurde 90 minuten en is bij leerlingen uit het basisonderwijs in één sessie klassikaal afgenomen. Bij de brugklasleerlingen is de rekenvaardigheidstest groepsgewijs in twee sessies afgenomen (2 x 45 minuten), in een voormalige docentenkamer. In deze ruimte zijn tafels en stoelen neergezet voor de leerlingen om aan te werken. Vervolgens werd individueel een computertaak van 10 minuten afgenomen. Het aantal sessies per leerling was minimaal twee en maximaal drie keer. Na afloop van de testafname kregen de leerlingen een kleinigheidje als bedankje voor deelname aan het onderzoek.

Alle testafname momenten zijn vastgelegd op videobeeld.

Meetinstrumenten

Didactische Leeftijd Equivalent – test rekenen/wiskunde. Voor het onderscheiden van rekenniveaus tussen de leerlingen, is gebruik gemaakt van de Didactische Leeftijd Equivalent- test rekenen/wiskunde (DLE-test, vierde druk). De DLE-test bestaat uit 12 werkbladen met in totaal 274 verschillende rekensommen met een stijgende moeilijkheidsgraad. Deze sommen zijn

² Een impulsgebied is een gebied waar een groep kinderen in een risico-omgeving opgroeit (Hofman & Mulder, 2012). Scholen in deze gebieden ontvangen van de overheid extra geld om eventuele onderwijsachterstanden bij leerlingen weg te werken.

gebaseerd op reken- en wiskunde methodes binnen het basisonderwijs, zoals breuken, procentsommen en het omrekenen van eenheden (De Vos, 2002).

Tabel 1

Statistieken participantengroep

| Groep | Aantal leerlingen <i>n</i> (%) | Gemiddelde leeftijd in jaren (<i>SD</i>) | Jongens <i>n</i> (%) |
|----------|-----------------------------------|---|-------------------------|
| Zes | 61 (40.1) | 9.9 (0.4) | 31 (50.8) |
| Acht | 52 (34.2) | 12.1 (0.5) | 22 (42.3) |
| Brugklas | 39 (25.7) | 12.9 (0.4) | 11 (28.2) |
| Totaal | 152 (100) | 11.5 (1.3) | 64 (42.1) |

De leerlingen maakten de sommen zelfstandig. Het aantal werkbladen dat zij moesten maken was afhankelijk van in welke groep zij zaten; hoe hoger de groep, hoe meer werkbladen. Leerlingen uit groep zes maakten bijvoorbeeld acht werkbladen en de brugklasleerlingen maakten twaalf werkbladen. Er is rekening gehouden met gelijkheid van aanbod met betrekking tot de verkregen rekenstof per groep en de test was niet tijdsgebonden.

Het aantal goede antwoorden van een leerling op de test leidt tot een DLE score. Deze score is gekoppeld aan een Didactische Leeftijd. De Didactische Leeftijd is het aantal onderwijsmaanden dat een leerling heeft gehad, waarbij wordt uitgegaan van tien onderwijsmaanden per jaar. Bijvoorbeeld een DLE score van 124 is gekoppeld aan het rekenvaardigheidsniveau van een leerling uit groep zes die, gerekend vanaf groep drie, 34 onderwijsmaanden heeft gehad. Voor meer informatie over de DLE, zie De Vos (2002).

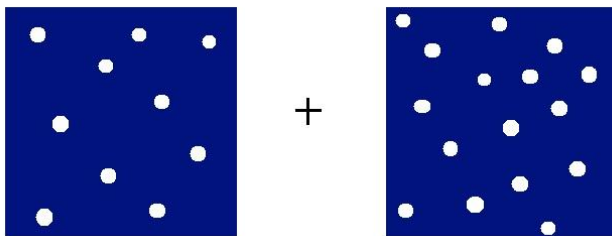
Aan de hand van de DLE scores en de daarbij behorende Didactische Leeftijden van de leerlingen, zijn leerrendementen uitgerekend ($\text{DLE score} / \text{Didactische Leeftijd} \times 100\%$). Leerlingen met een leerrendement van 25 procent of lager komen in aanmerking voor leerwegondersteunend onderwijs (Melis, 2003). Daarom is deze grens aangehouden om onderscheid te maken tussen leerlingen met en zonder rekenproblemen.

De DLE-test kan worden beschouwd als valide en voldoende betrouwbaar, met betrouwbaarheidsquotienten van .92 voor groep zes en .81 voor groep acht (De Vos, 2002). Om de betrouwbaarheid van de rekenvaardigheidstest te vergroten, zijn alle testresultaten twee keer

gecontroleerd (intercodeursbetrouwbaarheid $k = 1.00$). Dit is gebeurd door de testleider zelf en door een medeonderzoeker.

Non-symbolische nummer vergelijkingstaak. Om het abstracte getalbegrip van een leerling in kaart te brengen, is gebruik gemaakt van een non-symbolische nummer vergelijkingstaak, zoals gebruikt in Piazza et al. (2010). De taak, bestaande uit non-symbolische stimuli, is uitgevoerd op een laptop. Een stimulus bestond uit twee blauwgekleurde vierkanten op een witte achtergrond (zie Figuur 1). In deze vierkanten werden verschillende hoeveelheden witte stippen gepresenteerd. Elke stimulus bevatte een vierkant met een constante bestaande uit 16 of 32 stippen. Een constante bestaande uit 16 stippen, werd gecontrasteerd tegen een stimulus bestaande uit minimaal 10 stippen en maximaal 22 stippen. Een constante bestaande uit 32 stippen, werd gecontrasteerd tegen een stimulus bestaande uit minimaal 20 stippen en maximaal 44 stippen. Een leerling werd gevraagd om zo snel mogelijk aan te geven of het linker- of het rechtervierkant de meeste witte stippen bevatte. Hiervoor gebruikte hij of zij de links gelegen z-toets en de rechts gelegen m-toets op het toetsenbord. De stimuli bleven op het beeldscherm zichtbaar, totdat de leerling een antwoord gaf. De taak bevatte vier oefenopgaven, gevolgd door 100 stimuli.

Op basis van deze taak is het abstracte getalbegrip berekend van een leerling. Dit is berekend door het aantal goede antwoorden per contrast bij elkaar op te tellen en te delen door het totaal aantal aangeboden contrasten. De non-symbolische nummer vergelijkingstaak kan als een valide en voldoende betrouwbaar meetinstrument beschouwd worden (Price, Palmer, Battista & Ansari, 2012).



Figuur 1. Stimuli non-symbolische nummer vergelijkingstaak.

Analysemethoden. Om de vraagstellingen van dit correlatieve onderzoek te kunnen beantwoorden, zijn regressieanalyses uitgevoerd. Voorafgaand aan de analyses zijn de variabelen gecontroleerd op missende waarden en uitbijters. Op basis van de interkwartielafstand regel ($1.5 \times \text{IQR}$) zijn uitbijters verwijderd uit de dataset. De interkwartielafstand is het verschil tussen het eerste kwartiel (mediaan van de eerste helft van een getallenreeks) en het derde kwartiel (mediaan van de tweede helft van een getallenreeks). Wanneer een waarde meer dan 1.5 keer de interkwartielafstand onder het eerste kwartiel of boven het derde kwartiel uitkwam, is deze beschouwd als een uitbijter en is deze verwijderd uit de dataset (Moore, McCabe & Craig, 2012).

Vervolgens is, door middel van correlatietoetsen, gecontroleerd of de leeftijd en/of het geslacht van een leerling van invloed waren op de onafhankelijke variabelen. Oudere kinderen blijken namelijk betere rekenprestaties te hebben dan jongere kinderen (Jordan, Kaplan, Olah & Locuniak, 2006). Ondanks dat er geen verschil is in rekenvaardigheden tussen jongens en meisjes (Lachance & Mazzocco, 2006) en zij dezelfde cognitieve capaciteiten hebben voor het aanleren van rekenvaardigheden (Spelke, 2005), is toch gecontroleerd of het geslacht van een leerling van invloed was op de onafhankelijke variabelen. Dit was gedaan om uit te sluiten dat het geslacht van een leerling in dit onderzoek van invloed was op de participantengroep. De variabele leeftijd betreft de leeftijd van een leerling ten tijde van het onderzoek.

Voor het berekenen van effectmaten zijn de Cohen's d , Cohen's f^2 en de Cramers' V gebruikt. Een Cohen's d onder de 0.2 wordt beschouwd als niet relevant. Er is sprake van een klein effect bij een Cohen's d vanaf 0.2 tot 0.5, een medium effect bij een Cohen's d vanaf 0.5 tot 0.8 en een groot effect bij een Cohen's d vanaf 0.8 (Linting & Van Ginkel, 2011). Een Cohen's f^2 vanaf 0.02 tot 0.15 wordt beschouwd als een klein effect, een Cohen's f^2 vanaf 0.15 tot 0.35 als een medium effect en een Cohen's f^2 vanaf 0.35 als een groot effect (Cohen, 1988). Voor de Cramers' V geldt dat een waarde onder de 0.1 als niet relevant wordt beschouwd. Er is sprake van een klein effect bij een waarde vanaf 0.1 tot 0.3, een medium effect bij een waarde vanaf 0.3 tot 0.5 en een groot effect bij een Cramers' V vanaf 0.5 (Cohen, 1988).

Alle analyses zijn eenzijdig uitgevoerd, omdat de gestelde hypothesen een richting bevatten voor de uitkomsten. Hierbij is een $\alpha = .05$ gehanteerd en een 95% betrouwbaarheidsinterval.

Resultaten

Abstract getalbegrip bij leerlingen

Uit de data inspectie is gebleken dat de variabele abstract getalbegrip zes missende waarden had (4.1%), twee uitbijters (1.4%) en normaal was verdeeld (zie Tabel 2). De twee uitbijters zijn verwijderd uit de dataset op basis van de interkwartielafstand regel (Moore, McCabe & Craig, 2012). De variabele aan- of afwezigheid van een rekenprobleem had twee missende waarden (1.4%) en had een verdeling van 38 leerlingen met een rekenprobleem (26.4%) en 106 leerlingen zonder een rekenprobleem (73.6%). Bij controle op achtergrond variabelen is gebleken dat zowel leeftijd ($n = 144$, $r = -.41$, $p < .001$) als geslacht ($\chi^2(1, n = 144) = 8.47$, $p = .004$, $V = .24$) van invloed waren op de aan- of afwezigheid van een rekenprobleem. Beide variabelen zijn daarom meegenomen in de regressieanalyse.

Uit de regressieanalyse is naar voren gekomen dat er geen significant verschil is in het abstracte getalbegrip van leerlingen met of zonder een rekenprobleem, $t(1) = 1.16$, $p = .25$, $d = .01$, $1 - \beta = .21$ bij eenzijdig toetsen, $b^* (.17) = .11$.

Ontwikkeling abstract getalbegrip bij leerlingen zonder rekenproblemen

De variabele abstract getalbegrip had drie missende waarden (2.8%), twee uitbijters (1.9%) en was normaal verdeeld (zie Tabel 3). De uitbijters zijn verwijderd uit de dataset op basis van de

interkwartielafstand regel (Moore, McCabe & Craig, 2012). De variabele leeftijd had geen missende waarden, geen uitbijters en was bij benadering normaal verdeeld (zie Tabel 3).

Tabel 2

Statistieken variabele abstract getalbegrip

| Statistieken | Abstract getalbegrip |
|-------------------------|---------------------------------------|
| <i>n</i> | 144 |
| Minimum score | 5.5 |
| Maximum score | 9.5 |
| Gemiddelde score | 7.7 (<i>SD</i> = 0.8, CI [7.6, 7.9]) |
| Scheefheid | -0.2 |
| Gepiekttheid | -0.3 |
| Kolmogorov-Smirnov test | <i>p</i> < .001 |

Note. CI= 95% betrouwbaarheidsinterval

De achtergrond variabele geslacht was niet van invloed op de leeftijd van een leerling zonder een rekenprobleem ($n = 104$, $r = .03$, $p = .78$). Deze variabele is daarom niet meegenomen in de regressieanalyse.

Tussen de variabelen abstract getalbegrip en leeftijd was sprake van een zwak positief verband, $r = .06$, $p = .26$ bij eenzijdig toetsen. Uit de regressieanalyse kwam naar voren dat leeftijd geen voorspeller is van het abstracte getalbegrip bij een leerling zonder een rekenprobleem, $b^* (.06) = .63$, $t(102) = 0.64$, $p = .26$, $f^2 = .004$, $1 - \beta = .09$ bij eenzijdig toetsen. De leeftijd van een leerling verklaarde voor 0.4% de variantie in het abstracte getalbegrip, $R^2 = 0.004$, $F(1, 102) = 0.41$, $p = .52$.

Tabel 3

Statistieken variabelen abstract getalbegrip en leeftijd van leerlingen zonder een rekenprobleem

| Statistieken | Abstract getalbegrip | Leeftijd in jaren |
|-------------------------|---------------------------------------|--|
| <i>n</i> | 104 | 104 |
| Minimum score | 6.0 | 9.3 |
| Maximum score | 9.5 | 13.8 |
| Gemiddelde score | 7.8 (<i>SD</i> = 0.8, CI [7.6, 7.9]) | 11.1 (<i>SD</i> = 1.3, CI [10.9, 11.4]) |
| Scheefheid | -0.02 | 0.6 |
| Gepiekttheid | -0.8 | -3.1 |
| Kolmogorov-Smirnov test | <i>p</i> = .004 | <i>p</i> < .001 |

Ontwikkeling abstract getalbegrip bij leerlingen met rekenproblemen

De variabele abstract getalbegrip had geen missende waarden, geen uitbijters en was normaal verdeeld (zie Tabel 4). De variabele leeftijd had ook geen missende waarden, wel één uitbijter (2.7%) en was niet normaal verdeeld (zie Tabel 4). De uitbijter is behouden gebleven in de dataset en de variabele werd beschouwd als normaal verdeeld, omdat de onderzoeksgroep meer dan 30 leerlingen bevatte ($n = 37$) (McClave, Benson, Sincich & Knypstra, 2011). De achtergrondvariabele geslacht was niet van invloed op de leeftijd van een leerling met een rekenprobleem ($n = 37$, $r = .30$, $p = .07$). Deze variabele was daarom niet meegenomen in de regressieanalyse.

Tussen de variabelen abstract getalbegrip en leeftijd was sprake van een zwak negatief verband, $r = -.23$, $p = .09$ bij eenzijdig toetsen. Uit de regressieanalyse kwam naar voren dat leeftijd geen voorspeller is van het abstracte getalbegrip bij een leerling met een rekenprobleem, $b^* (.12) = -.23$, $t(35) = -1.40$, $p = .08$, $f^2 = .06$, $1 - \beta = .29$ bij eenzijdig toetsen. De leeftijd van een leerling verklaarde voor 5.3% de variantie in het abstracte getalbegrip, $R^2 = 0.053$, $F(1, 35) = 1.97$, $p = .17$.

Tabel 4

Statistieken variabelen abstract getalbegrip en leeftijd van leerlingen met een rekenprobleem

| Statistieken | Abstract getalbegrip | Leeftijd in jaren |
|-------------------------|-----------------------------------|--------------------------------------|
| n | 37 | 37 |
| Minimum score | 5.5 | 9.3 |
| Maximum score | 9.0 | 13.5 |
| Gemiddelde score | 7.6 ($SD = 0.7$, CI [7.4, 7.9]) | 12.4 ($SD = 1.1$, CI [12.0, 12.7]) |
| Scheefheid | -1.0 | -4.2 |
| Gepiektheid | 1.1 | 3.0 |
| Kolmogorov-Smirnov test | $p < .001$ | $p < .001$ |

Discussie

In dit onderzoek is de aanwezigheid en het ontwikkelingsverloop van het abstracte getalbegrip bij 9 tot 14-jarige leerlingen met en zonder rekenproblemen onderzocht. Dit is gedaan aan de hand van een non-symbolische nummer vergelijkingtaak. Uit het onderzoek is naar voren gekomen dat er geen significant verschil is in het abstracte getalbegrip van leerlingen met of zonder een rekenprobleem. De hypothese, dat het abstracte getalbegrip bij leerlingen zonder een rekenprobleem beter is ontwikkeld dan bij leerlingen met een rekenprobleem, wordt hiermee verworpen. Dit resultaat komt overeen met de resultaten uit het onderzoek van De Smedt en Gilmore (2011). Zij hebben tussen zes- en zevenjarige leerlingen met en zonder rekenproblemen geen significant verschil gevonden in hun abstract getalbegrip. Daarentegen is er bij tienjarige leerlingen met rekenproblemen, in vergelijking met leeftijdsgenoten zonder rekenproblemen, wel een significant verschil gevonden in het abstracte

getalbegrip (Piazza et al., 2010). Hierbij was echter sprake van ernstige rekenproblemen bij de leerlingen, waardoor zij een specifiekere doelgroep vormden dan de doelgroep in het huidige onderzoek. In het huidige onderzoek zijn leerlingen met een leerrendement van 25 procent of lager, op het gebied van rekenen, beschouwd als leerlingen met een rekenprobleem. Mogelijk dat er door het hanteren van deze breder gedefinieerde groep, waarbij de ontwikkelingsachterstand van leerlingen met rekenproblemen ten opzichte van leeftijdsgenoten zonder rekenproblemen minder groot is, de kans op het vinden van een significant verschil in het abstracte getalbegrip van leerlingen met en zonder rekenproblemen verkleind is.

Het hanteren van een bredere definitie voor het hebben van een rekenprobleem kan tevens een verklaring zijn voor het niet kunnen bevestigen van de veronderstelling van Butterworth (2005) in het huidige onderzoek. Hij stelt namelijk dat het aangeboren vermogen voor het herkennen en mentaal manipuleren van aantallen niet goed is ontwikkeld bij leerlingen met rekenproblemen. Onderzoeken die zijn veronderstelling wel bevestigen zijn echter uitgevoerd onder leerlingen met ernstige rekenproblemen (Landerl, Fussenegger, Moll & Willburger, 2009; Mussolin, Mejias & Noël, 2010).

Een andere verklaring voor het niet significante verschil in het abstracte getalbegrip van leerlingen met en zonder een rekenprobleem in het huidige onderzoek, zou kunnen zijn dat leerlingen met rekenproblemen niet per definitie een minder ontwikkeld vermogen hebben voor het verwerken van aantallen in het algemeen (Butterworth, 2005), maar dat ze specifiek problemen hebben met de betekenisverlening van symbolisch gepresenteerde aantallen (Rousselle & Noël, 2007). Het toetsen van deze veronderstelling van Rousselle en Noël (2007) valt echter buiten het bereik van het huidige onderzoek, omdat het abstracte getalbegrip van de leerlingen uitsluitend gemeten is op basis van non-symbolisch gepresteerde aantallen. Meer onderzoek naar zowel het abstracte als het concrete getalbegrip bij leerlingen met zwakke rekenprestaties of ernstige rekenproblemen is nodig om de veronderstellingen van Butterworth (2005) en Rousselle en Noël (2007) te toetsen.

Naast aanvullend onderzoek naar de samenhang van getalbegrip en rekenproblemen, is verder onderzoek naar de samenhang van rekenproblemen met andere (cognitieve) domeinen nodig. Dit om andere aangedragen verklaringen voor het ontstaan van rekenproblemen, zoals een minder ontwikkeld werkgeheugen (Passolunghi & Siegel, 2004) of langetermijngeheugen (Geary & Hoard, 2005), te toetsen.

Ontwikkelingsverloop

Verder is uit het huidige onderzoek naar voren gekomen dat de leeftijd van een 9 tot 14-jarige leerling, rekening houdend met een lage power, geen significante voorspeller is van het abstracte getalbegrip van een leerling. Dit betekent dat het getalbegrip niet toeneemt, naarmate een leerling ouder wordt. Deze bevinding geldt zowel voor leerlingen met als zonder een rekenprobleem. De hypothese, dat het abstracte getalbegrip bij zowel leerlingen met als zonder een rekenprobleem toeneemt naarmate een leerling ouder wordt, wordt hiermee verworpen. De bevinding, met betrekking tot leerlingen zonder rekenproblemen, sluit aan bij de veronderstelling dat het abstracte getalbegrip

ergens tussen het negende en het twaalfde levensjaar tot zijn optimale ontwikkeling (het gemeten getalbegrip op de volwassen leeftijd) komt (Halberda & Feigenson, 2008). Bij vergelijking van het abstracte getalbegrip tussen leerlingen tussen de drie en zes jaar en volwassenen (18 tot 32 jaar), is er sprake van een stijging in de nauwkeurigheid van het getalbegrip; hoe ouder de participant, hoe beter het getalbegrip (Halberda & Feigenson, 2008). Met deze bevinding tonen Halberda en Feigenson (2008) aan dat het abstracte getalbegrip, bij leerlingen zonder rekenproblemen, zich in de eerste zes levensjaren blijft ontwikkelen en dat het ergens in de jaren daarna zijn optimale ontwikkeling bereikt. Op welke leeftijd dit plaatsvindt is onduidelijk. Dat bij de 9 tot 14-jarige leerlingen uit het huidige onderzoek hun leeftijd geen voorspeller is van hun abstract getalbegrip, kan erop duiden dat hun abstract getalbegrip voor of tijdens deze leeftijdsfase tot zijn optimale ontwikkeling is gekomen.

De bevinding, dat leeftijd geen voorspeller is van het abstracte getalbegrip bij leerlingen met rekenproblemen, komt niet overeen met de bevinding dat er sprake is van toename van het abstracte begrip bij jongere leerlingen met rekenproblemen tijdens een longitudinaal onderzoek van Desoete, Ceulemans, De Weerdts en Pieters (2012). Op vijf-/zesjarige leeftijd is er nog sprake van een significant verschil in het abstracte getalbegrip tussen leerlingen met ernstige rekenproblemen, zwakke rekenprestaties en leerlingen zonder rekenproblemen. Bij de nameting op zeven-/achtjarige leeftijd is dit verschil in het abstracte getalbegrip echter niet meer significant tussen de groepen (Desoete, Ceulemans, De Weerdts & Pieters, 2012). Het abstracte getalbegrip van leerlingen met zowel zwakke rekenprestaties als ernstige rekenproblemen is dus toegenomen in de tussenliggende periode. Longitudinaal onderzoek naar het ontwikkelingsverloop van het abstracte getalbegrip bij zowel leerlingen zonder rekenproblemen als leerlingen met rekenproblemen is nodig om meer inzicht te krijgen in dit ontwikkelingsproces.

Limitaties

Het huidige onderzoek is een aanvulling op de reeds aanwezige onderzoeken naar abstract getalbegrip bij leerlingen met (ernstige) rekenproblemen. Echter kent het onderzoek ook een aantal limitaties. Een eerste limitatie is dat de brugklasleerlingen allen verworven zijn op één school en allen MAVO/HAVO onderwijs volgden. Dit komt doordat het onderzoek in eerste instantie enkel gericht was op basisschoolleerlingen, waardoor scholen voor voortgezet onderwijs buiten beschouwing zijn gelaten. Gedurende het onderzoeksproces deed de mogelijkheid zich voor om ook participanten te werven onder MAVO/HAVO brugklasleerlingen. Er is gebruik gemaakt van deze mogelijkheid, omdat er nog weinig onderzoek is gedaan naar het getalbegrip bij leerlingen in deze leeftijdscategorie. In verband met de planning voor het uitvoeren van het onderzoek, zijn er geen andere scholen voor voortgezet onderwijs meer benaderd. Hierdoor is de groep brugklasleerlingen niet geheel representatief voor de gehele populatie brugklasleerlingen. Daarnaast volgden de brugklasleerlingen onderwijs op een school, die gevestigd was in een impulsgebied. Mogelijk was dit van invloed op de onderzoeksresultaten, maar omdat het alle brugklasleerlingen betrof is deze mogelijke invloed binnen het huidige onderzoek verwaarloosbaar. Onderzoek naar de relatie tussen het volgen van onderwijs op

een school in een impulsgebied en de rekenprestaties van een leerling is wel aan te bevelen om eventuele beïnvloeding te bevestigen of te ontcrachten.

Op basis van de huidige onderzoeksresultaten kan geconcludeerd worden, rekening houdend met een lage power, dat er geen significant verschil is gevonden in het abstracte getalbegrip van 9 tot 14-jarige leerlingen met of zonder een rekenprobleem. Een minder ontwikkelt abstract getalbegrip lijkt hiermee geen verklaring te vormen voor de minder goede rekenprestaties van een leerling, ten opzichte van een leeftijdsgenoot zonder rekenproblemen. Het abstracte getalbegrip van een 9 tot 14-jarige leerling neemt niet toe, naarmate hij of zij zich ontwikkelt. Dit geldt zowel voor leerlingen met als zonder een rekenprobleem.

Literatuurlijst

- Berch, D. B. (2005). Making sense of number sense: Implications for children with mathematical disabilities. *Journal of Learning Disabilities, 38*, 333–339.
doi: 10.1177/00222194050380040901
- Butterworth, B. (2005). Developmental dyscalculia. In J.I.D. Campbell (Ed.), *Handbook of Mathematical Cognition* (pp. 455-467). New York, NY: Psychology Press.
- Cohen, J. (1988). *Statistical power analysis for the behavioral sciences* (2nd ed.). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum.
- De Smedt, B., & Gilmore, C.K. (2011). Defective number module or impaired access? Numerical magnitude processing in first graders with mathematical difficulties. *Journal of Experimental Child Psychology, 108*, 278-292. doi: 10.1016/j.jecp.2010.09.003
- Desoete, A., & Braams, T. (2008). *Kinderen met dyscalculie*. Amsterdam, Nederland: Uitgeverij Boom.
- Desoete, A., Ceulemans, A., De Weerd, F., & Pieters, S. (2012). Can we predict mathematical learning disabilities from symbolic and non-symbolic comparison tasks in kindergarten? Findings from a longitudinal study. *British Journal of Educational Psychology, 82*, 64-81.
doi: 10.1348/2044-8279.002002
- De Vos, T. (2002). *Handleiding DLE-test rekenen/wiskunde (4^e druk)*. Leeuwarden, Nederland: Eduforce.
- Dowker, A. (2005). Early identification and intervention for students with mathematics difficulties. *Journal of Learning Disabilities, 38*, 324-332. doi: 10.1177/00222194050380040801
- Edumax (2012). Geraadpleegd op 6 december 2013 via
<http://www.edumax.nl/vgv.html#Leerrendement>.
- Geary, D.C., & Hoard, M.K. (2005). Learning disabilities in arithmetic and mathematics: Theoretical and empirical perspectives. In J.I.D. Campbell (Ed.), *Handbook of Mathematical Cognition* (pp. 253-267). New York, NY: Psychology Press.
- Halberda, J., & Feigenson, L. (2008). Developmental change in the acuity of the “Number sense”: The approximate number system in 3-, 4-, 5-, and 6-year-olds and adults. *Developmental Psychology, 44*, 1457–1465. doi: 10.1037/a0012682
- Hofman, R.H., & Mulder, L. (2012). *Programma Beleidsgericht Onderzoek Primair Onderwijs 2013 - 2014. (BOPOV)*. Den Haag, Nederland: NWO/BOPO.
- Jordan, N.C., Kaplan, D., Olah, L.N., & Locuniak, M.N. (2006). Number sense growth in kindergarten: A longitudinal investigation of children at risk for mathematics difficulties. *Child Development, 77*, 153–175. doi: 10.1111/j.1467-8624.2006.00862.x
- Lachance, L.A., & Mazzocco, M.M.M. (2006). A longitudinal analysis of sex differences in math and spatial skills in primary school age children. *Learning and Individual Differences, 16*, 195-216. doi: 10.1016/j.lindif.2005.12.001

- Landerl, K., Fussenegger, B., Moll, K., & Willburger, E. (2009). Dyslexia and dyscalculia: Two learning disorders with different cognitive profiles. *Journal of Experimental Child Psychology*, *103*, 309–324. doi: 10.1016/j.jecp.2009.03.006
- Libertus, M.E., Feigenson, L., & Halberda, J. (2011). Preschool acuity of the approximate number system correlates with school math ability. *Developmental Science*, *14*, 1292-1300. doi: 10.1111/j.1467-7687.2011.01080.x
- Linting, M., & Van Ginkel, J.R. (2011). *Introduction to Research Methods in the Social and Behavioral Sciences*. Harlow, Engeland: Pearson Education Limited.
- McClave, J.T., Benson, P.G., Sincich, T., & Knypstra, S. (2011). *Statistiek*. Amsterdam, Nederland: Pearson Benelux B.V.
- Melis, G.N. (2003). *Kenmerken van zorgleerlingen in het VMBO. Bezinning op het leerwegondersteunend onderwijs*. Apeldoorn, Nederland: Garant.
- Moore, D.S., McCabe, G.P., & Craig, B.A. (2012). *Introduction to the Practice of Statistics*. New York, NY: W.H. Freeman and Company.
- Mussolin, C., Mejias, S., & Noël, M. P. (2010). Symbolic and non-symbolic number comparison in children with and without dyscalculia. *Cognition*, *115*, 10–25. doi: 10.1016/j.cognition.2009.10.006
- Passolunghi, C.M., & Siegel, L.S. (2004). Working memory and access to numerical information in children with disability in mathematics. *Journal of experimental child psychology*, *88*, 348-367. doi:10.1016/j.jecp.2004.04.002
- Piazza, M., Facoetti, A., Trussardi, A.N., Berteletti, I., Conte, S., Lucangeli, D., ...Zorzi, M. (2010). Developmental trajectory of number acuity reveals a severe impairment in developmental dyscalculia. *Cognition*, *116*, 33-41. doi: 10.1016/j.cognition.2010.03.012
- Price, G.R., Palmer, D., Battista, C., & Ansari, D. (2012). Nonsymbolic numerical magnitude comparison: Reliability and validity of different task variants and outcome measures, and their relationship to arithmetic achievement in adults. *Acta Psychologica*, *140*, 50-57. doi: 10.1016/j.actpsy.2012.02.008
- Rijksoverheid (n.d.). Geraadpleegd op 10 september 2013 via <http://www.rijksoverheid.nl/onderwerpen/basisonderwijs/vraag-en-antwoord/welke-vakken-krijgt-mijn-kind-op-de-basisschool.html>.
- Spelke, E.S. (2005). Sex differences in intrinsic aptitude for mathematics and science: A critical review. *American Psychologist*, *60*, 950-958. doi: 10.1037/0003066X.60.9.950
- Xu, F. (2003). Numerosity discrimination in infants: Evidence for two systems of representations. *Cognition*, *89*, 12- 25. doi: 10.1016/S0010-0277(03)00050-7
- Xu, F., & Arriaga, R. (2007). Number discrimination in 10-month-old infants. *British Journal of Developmental Psychology*, *25*, 103–108. doi: 10.1348/026151005X90704

Xu, F., & Spelke, E. (2000). Large number discrimination in 6-month-old infants. *Cognition*, 74, 1-11.

doi: 10.1016/S0010-0277(99)00066-9

Van Dale, Van der Sijs, N., & Geeraerts, D. (2005). *Van Dale Groot woordenboek van de Nederlandse taal*. Leeuwarden, Nederland: NDC|VBK.