

De Mentale Getallenlijn, Representatie en Manipulatie van
Hoeveelheden bij Kinderen uit Groep 8 met en zonder
Rekenproblemen

Lydia Nieman
s1244698
Masterspecialisatie: Leerproblemen
Universiteit Leiden

29 juli 2013

Begeleiding:
1. Mevrouw M.C. Guda (MSc)
2. Mevrouw R.D. Plak (MSc)

Inhoudsopgave

Samenvatting		blz. 3
Inleiding en theoretisch kader		
Ontwikkeling van numerieke representaties		blz. 4
Rekenvaardigheid		blz. 6
Eerder onderzoek		blz. 7
Probleemstelling		blz. 9
Methode		
Proefpersonen		blz. 10
Procedure		blz. 11
Meetinstrumenten		blz. 12
DLE-TEST rekenen/wiskunde		blz. 12
Non-symbolische getallen vergelijkingstaak		blz. 13
Semantische taakjes		blz. 13
Drieling		blz. 13
Tussenvoeging		blz. 14
Statistische Analyse		blz. 14
Resultaten		
Datapreparatie		blz. 15
Data-analyse		blz. 16
Rekenproblemen en de precisie van de mentale voorstelling van getallen		blz. 16
Rekenproblemen en scores op de semantische taakjes		blz. 16
Precisie van de mentale voorstelling van getallen en scores op de semantische taakjes		blz. 16
Discussie		
Discussie		blz. 17
Limitaties en vervolgonderzoek		blz. 18
Conclusie		blz. 19
Literatuurlijst		blz. 20

Samenvatting

Mensen met rekenproblemen hebben tekortkomingen in het inzicht in hoeveelheden, hun onderlinge verhoudingen en het vermogen om ermee te werken. Dit heeft op korte en lange termijn omvangrijke consequenties. Voor effectieve interventie is het noodzakelijk om te achterhalen wat precies het verschil vormt tussen de rekenprestaties van kinderen met en zonder rekenproblemen. Eerder onderzoek laat inconsequente bevindingen zien. Bij 10 kinderen uit groep 8 met rekenproblemen en 42 leeftijdsgenootjes zijn de precisie van de mentale voorstelling van getallen, ordinale vaardigheden en rekenvaardigheid gemeten. Er werd in dit correlatieve onderzoek geen significant verschil gevonden tussen de precisie van de mentale voorstelling van getallen bij kinderen met rekenproblemen en kinderen zonder rekenproblemen ($p = .88$, $d = .05$, $1-\beta = .05$). Ook het scoreverschil op de semantische taakjes, waarbij de ordinale vaardigheden werden gemeten, bleek niet significant ($p = .98$, $r < .001$, $1-\beta = .24$). Wel doen kinderen met rekenproblemen gemiddeld significant langer over een item van de semantische taakjes dan kinderen zonder rekenproblemen, ($p = .02$, $d = .70$, $1-\beta = .46$). Binnen de test waarmee het rekenniveau is vastgesteld, speelt tijdsduur geen rol. Het gevonden verschil in verwerkingssnelheid vormt dus geen volledige verklaring voor de verschillende rekenprestaties bij kinderen met en zonder rekenproblemen.

De Mentale Getallenlijn, Representatie en Manipulatie van Hoeveelheden
 Getallen vormen een veelvoorkomend element in het dagelijks leven. Vrijwel onophoudelijk (en vaak onbewust) zijn we bezig met de interpretatie van hoeveelheden. Klokkijken, afrekenen en het schatten van afstanden zijn hiervan slechts enkele voorbeelden (Kadosh, Lammertyn, & Izard, 2008). De bewerking van getallen komt ook terug in diverse schoolvakken. Dit leidt ertoe dat kinderen met rekenproblemen meer moeite hebben met het doorlopen van hun schooljaren (Butterworth, Varma, & Laurillard, 2011). Rekenen wordt binnen dit onderzoek gedefinieerd volgens de definitie van Ruijsenaars als:

Een proces waarin een realiteit (of een abstractie daarvan) wordt geordend of herordend met behulp van op inzicht berustende denkhandelingen, welke ordening in principe is te kwantificeren en die toelaat om er (logische) operaties op uit te voeren dan wel uit af te leiden. (Verschueren & Koomen, 2007, p. 44)

Zwakke rekenvaardigheden kunnen ook op latere leeftijd grote gevolgen hebben. Uit Engels onderzoek van Parsons en Bynner (2005) komt een samenhang naar voren tussen zwakke rekenvaardigheden en moeilijkheden op de arbeidsmarkt, psychische problemen en een geringere maatschappelijke betrokkenheid (Parsons & Bynner, 2005). Daarnaast rapporteren Butterworth et al. (2011) dat inwoners met zwakke rekenvaardigheden voor landen een substantiële kostenpost vormen (Butterworth et al., 2011). Effectieve vroege interventie kan helpen om de latere impact van rekenproblemen te verminderen. Dit kost veel geld, maar deze investering wordt op lange termijn ruimschoots terugbetaald (Gross, Hudson, & Price, 2009).

Ontwikkeling van numerieke representaties

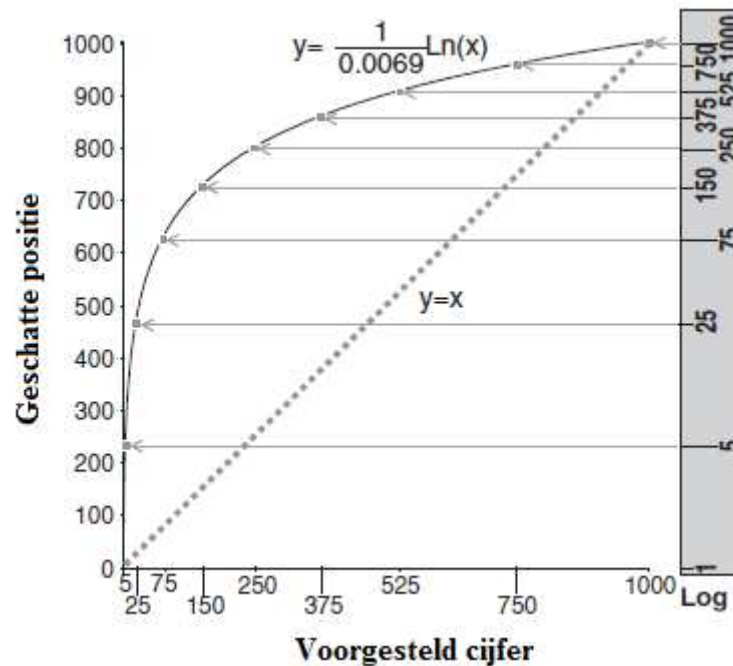
Bijna alle numerieke en rekenkundige processen betrekken de pariëtale kwabben, in het bijzonder de sulcus intraparietalis (IPS). Dit suggereert dat deze de kern vormt van rekenvaardigheden (Butterworth et al., 2011). Uit onderzoek van Izard, Sann, Spelke en Streri (2009) bij pasgeborenen komt naar voren dat abstracte numerieke representaties al bestaan vanaf de geboorte. De precisie van het numerieke voorstellingsvermogen neemt toe met de leeftijd. Dit hangt samen met de rijping van hersenstructuren en het opdoen van ervaringen (Izard et al., 2009). Rijping van de hersenen leidt ertoe dat getallen efficiënter en automatisch worden verwerkt. Dit maakt de meer complexe verwerking van berekeningen mogelijk (Butterworth et al., 2011).

Bij baby's zijn twee afzonderlijke kernsystemen van numerieke representaties aanwezig. Grote en kleine hoeveelheden activeren een ander systeem. De twee systemen hebben zich automatisch ontplooid, zijn afgestemd voor specifieke soorten informatie en blijven functioneren door het leven heen. De kernsystemen van numerieke representaties zijn verantwoordelijk voor onze basis numerieke intuïties en dienen als het fundament voor de meer verfijnde numerieke concepten die uniek menselijk zijn (Feigenson, Dehaene, & Spelke, 2004).

Het eerste kernsysteem is het niet-exacte getallensysteem. Dit systeem wordt geactiveerd door grote hoeveelheden van getallen en maakt het mogelijk om hun geschatte omvang te vergelijken. Het tweede kernsysteem is voor het precies interpreteren van kleine aantallen individuele objecten en voor de representatie van informatie over hun continue kwantitatieve eigenschappen. Dit systeem maakt meerdere berekeningen over deze representaties mogelijk (Feigenson et al., 2004).

Bij baby's en jonge kinderen is het mentale voorstellingsvermogen van getallen beperkt. Hun numerieke onderscheidingsvermogen is onnauwkeurig en onderhevig aan een ratio limiet. Deze ratio limiet wordt waarschijnlijk verklaard door logaritmische samenpersing van de onderliggende representatie van numerieke hoeveelheden (Feigenson et al., 2004). Het niet-exacte getallensysteem wordt gedacht te functioneren als een mentale getallenlijn met toenemende overlap tussen de getalsgrootte als de hoeveelheden stijgen. De gevoeligheid voor numerieke verschillen, zoals bewezen door nauwkeurigheid bij het vergelijken van hoeveelheden, neemt toe door het leven heen (Mussolin, Nys, Leybaert, & Content, 2012). De toename in precisie van de mentale getallenlijn wordt gekarakteriseerd door een verschuiving van een logaritmische naar een lineaire liniaal representatie. Deze verschuiving geschiedt tijdens de basisschool jaren. In vergelijking met een lineaire representatie van getallen overdrijft een logaritmische representatie van getallen de afstand tussen de grootte van getallen aan het begin van een getallenlijn en minimaliseert de afstand tussen grootte van getallen in het midden en aan het eind van een getallenlijn (zie Figuur 1). De psychologische afstand tussen de getallen 1 en 75 is binnen een logaritmische representatie daardoor groter dan tussen de getallen 75 en 1000 (Siegler & Booth, 2004). Een verschijnsel dat samenhangt met de overlap tussen representaties van getallen op de mentale getallenlijn is het numerieke afstand effect ('distance effect'). Het is makkelijker om getallen te vergelijken die kwantitatief

verder van elkaar vandaan liggen dan getallen die kwantitatief dicht bij elkaar liggen (Kadosh et al., 2008).



Figuur 1. De mentale getallenlijn. Geschatte posities van de logaritmische en lineaire mentale getallenlijn wanneer beide gedwongen worden om door de eindpunten van de getallenlijn te lopen. Aangepast van “Development of Numerical Estimation in Young Children,” door R. S. Siegler en J. L. Booth, 2004, *Child Development*, 75, p. 429.

Rekenvaardigheid

Uit de literatuur komen inconsistente bevindingen naar voren wat betreft de verbanden tussen beide kernsystemen (Sasanguie, Göbel, Moll, Smets, & Reynvoet, 2013). Volgens Feigenson et al. (2004) wordt het niet-exacte getallensysteem uiteindelijk samengevoegd met het symbolische numerieke systeem dat kinderen en volwassenen gebruiken voor kwantificering en berekeningen. Kinderen leren snel om symbolische getallen in te voegen bij hun reeds bestaande representaties van numerieke hoeveelheden (Feigenson et al., 2004). Die representaties zijn vergelijkbaar met een getallenlijn waarop we getallen rangschikken. De vorming van en de geautomatiseerde toegang tot een dergelijke mentale getallenlijn vormt een essentiële stap in de ontwikkeling van rekenvaardigheid. De ontwikkeling van een precieze ruimtelijke representatie van getallen is cruciaal voor begrip van het principe

van de ordinaliteit van getallen, dat verwant is aan het vermogen getallen te rangschikken in volgorde van grootte (Kucian et al., 2011).

Volgens Lyons en Beilock (2011) is een kernaspect van de overgang van het niet-exacte getallensysteem naar symbolische representaties van getallen het onttrekken van ordinale informatie uit het niet-exacte getallensysteem en het coderen van deze ordinale relaties in termen van directe verbindingen tussen symbolisch weergegeven hoeveelheden. Dit gevoel van volgorde kan worden opgeslagen en naar voren gebracht bij de verwerking van numerieke symbolen. Het kunnen voorstellen van een relatieve orde in numerieke symbolen dient als een belangrijke tussenstap die het niet-exacte getallensysteem en meer complexe rekenvaardigheden verbindt (Lyons & Beilock, 2011).

Een aanzienlijk deel van (hoofd)rekenen is gebaseerd op het efficiënt verwerken van verbindingen tussen getallen. Lyons en Beilock (2011) stellen dat zonder de correcte globale orde van numerieke symbolen iemand het numerieke systeem dat ten grondslag ligt aan rekenen onvoldoende kan begrijpen. Ordinale relaties vormen de bouwstenen van symbolische getallen als een groter verbindend systeem dat snelle gevolgtrekking mogelijk maakt buiten hetgeen dat direct geleerd is via herhaalde stimulus en reactie. De mate waarin iemand de ordinaliteit van symbolische getallen beheerst vormt een voorspeller voor het vermogen tot complex (hoofd)rekenen (Lyons & Beilock, 2009).

Eerder onderzoek

Diverse wetenschappers hebben gerapporteerd over representaties van hoeveelheden, het vermogen om hoeveelheden te vergelijken en rekenproblemen. Dit heeft tot allerlei onderzoeksbevindingen geleid. Noël en Rousselle (2011) beschouwen de toename in de precisie van de mentale voorstelling van getallen als een directe consequentie van de verbinding van het niet-exacte systeem met het exacte systeem van getallen. Kinderen met rekenproblemen hebben volgens hun bevindingen een vroeg gebrek in symbolische hoeveelheid verwerking dat leidt tot een minder goed niet-exact getallensysteem. De precisie van de mentale voorstelling van getallen is daardoor, ook op latere leeftijd, minder sterk (Noël & Rousselle, 2011).

Piazza et al. (2010) onderschrijven dat een verschuiving van een logaritmische naar een lineaire mentale getallenlijn leidt tot een preciezere mentale voorstelling van getallen. Bij kinderen met dyscalculie stagneert deze verfijning (Piazza et al., 2010). Dyscalculie is een leerstoornis waarbij de mentale getallenlijn gebrekkig ontwikkeld

is (Kucian et al., 2011). Voor kinderen met dyscalculie zijn getallen minder betekenisvol. De omvang van een getal en de relatie van dit getal met andere getallen is voor kinderen met dyscalculie niet inzichtelijk. Bij kinderen met dyscalculie is er sprake van een verminderde hersenactiviteit in de IPS tijdens het vergelijken van hoeveelheden (Butterworth et al., 2011). Piazza et al. (2010) hebben bij kinderen met dyscalculie een duidelijke verzwakking van het numerieke systeem aangetoond en gekwantificeerd. Er zijn geen verschillen met betrekking tot de reactietijd gevonden. Dit duidt erop dat verminderde precisie van de mentale voorstelling van getallen bij kinderen met dyscalculie niet voortkomt uit het gebruik van andere antwoordstrategieën (Piazza et al., 2010).

De relatie tussen de precisie van de mentale voorstelling van getallen en rekenprestaties bij kinderen wordt soms wel en soms niet gevonden (Sasanguie et al., 2013). Kucian et al. (2011) rapporteren wel een verband tussen de nauwkeurigheid van de lineaire mentale getallenlijn en rekenvaardigheid. Ook beschrijven zij dat de precisie van de mentale voorstelling van getallen samenhangt met rekencijfers. Er zijn trainingen om de representatie van hoeveelheden en getallen te verbeteren. Hierna stijgt het aantal correct opgeloste rekenvraagstukken (Kucian et al., 2011). Volgens Rousselle en Noël (2007) is het niet een onnauwkeurige representatie van hoeveelheden, maar eerder een vertraagde activatie van de overeenstemmende hoeveelheid van een symbool die verantwoordelijk is voor de verbinding tussen symbolische vergelijking en rekenprestaties (Rousselle & Noël, 2007). Ondersteuning voor deze bewering wordt gevonden in onderzoek van Ashkenazi, Mark-Zidon en Henik (2009) naar het vergelijken van getallen bij kinderen in groep 5 en 6. Hieruit komt naar voren dat kinderen met dyscalculie een groter afstand effect laten zien bij tweecijferige getalsverwerking vergeleken met normaal ontwikkelende kinderen. De kinderen met dyscalculie ervaren meer moeite met het vergelijken van getallen die dichterbij elkaar liggen. Dit wijst erop dat de representaties van hoeveelheden op de mentale getallenlijn bij kinderen met dyscalculie minder gedifferentieerd zijn. Ook worden degenen met dyscalculie meer beïnvloed door de omvang van het getal en door de afstand van de eenheden dan normaal ontwikkelende kinderen. Mogelijk is er sprake van een afwijkend representatiemodel waarin tientallen en eenheden afzonderlijk worden verwerkt (Ashkenazi et al., 2009).

Volgens Inglis, Attridge, Batchelor en Gilmore (2011) verandert de samenhang tussen de precisie van de mentale voorstelling van getallen en

rekenprestaties met de leeftijd. Bij volwassenen wordt geen directe samenhang gevonden tussen symbolische numerieke vaardigheden en de precisie van de mentale voorstelling van getallen (Inglis et al., 2011). Mogelijk is er later in de ontwikkeling nog wel een verband aanwezig, maar betreft dit meer subtiele mechanismen zoals de verwerkingssnelheid (Mussolin et al., 2012).

Sasanguie et al. (2013) hebben onderzocht welke taak bij normaal ontwikkelde kinderen van 6 tot 8 jaar de beste voorspeller vormt voor toekomstige rekenprestaties. Hiervoor werden de prestaties op een niet-exacte vergelijkingstaak, een symbolische vergelijkingstaak, een non-symbolische schattingstaak en een symbolische schattingstaak gemeten. Latere rekenprestaties werden het beste voorspeld door hoe goed kinderen in staat waren om cijfers te vergelijken. Kinderen die snel waren in het vergelijken van getallen presteerden ook beter op rekenvaardigheid (Sasanguie et al., 2013). Ook Lyons en Beilock (2011) beschrijven dat het vermogen om getallen te ordenen een sterke voorspeller vormt voor prestaties op rekentaken.

Probleemstelling

De diversiteit aan onderzoeksresultaten en de omvangrijke consequenties van rekenproblemen maken het interessant om dit onderwerp nader te bestuderen. Het blijft vooralsnog onduidelijk wat precies het verschil vormt tussen de prestaties van kinderen met en zonder rekenproblemen. Zonder dit inzicht is het twijfelachtig wat de vereisten aan een effectieve interventie zijn. Diverse onderzoekers rapporteren dat het fundament van rekenproblemen ligt in een gebrekkige mentale voorstelling van getallen. Anderen beschouwen het kunnen interpreteren van ordinale informatie als de belangrijkste voorwaarde voor rekenvaardigheid.

Allereerst is onderzocht of er een verschil bestaat tussen de precisie van de mentale voorstelling van getallen bij kinderen uit groep 8 met en zonder rekenproblemen. Piazza et al. (2010) rapporteren dat het getalbegrip bij kinderen met dyscalculie ernstig verstoord is. De verwachting is daarom dat kinderen met rekenproblemen een minder verfijnde mentale voorstelling van getallen hebben dan kinderen zonder rekenproblemen.

Vervolgens is onderzocht of kinderen uit groep 8 met rekenproblemen slechter scoren op ordinale vaardigheden dan kinderen zonder rekenproblemen. De afgenomen semantische taakjes zijn interessant, omdat zij direct steunen op de representatie en manipulatie van numerieke hoeveelheden zonder een beroep te doen op rekenkennis. Om deze taakjes te voltooien moet een kind weten wat een bepaalde

numerieke omvang betekent. Tevens dient hij of zij zich bewust te zijn van de nabije relaties tussen verschillende getallen (Piazza et al., 2010). Bij kinderen met rekenproblemen lijkt deze vaardigheid onderontwikkeld. De veronderstelling is daarom dat kinderen zonder rekenproblemen beter presteren op deze taakjes.

Tot slot wordt nagegaan of er een verband bestaat tussen de precisie van de mentale voorstelling van getallen en de scores op de semantische taakjes. Op deze manier kan inzicht worden verkregen in het verband tussen representaties van hoeveelheden en het vermogen om met de ordinale informatie van symbolische getallen om te springen. De hypothese is dat er een positieve correlatie bestaat tussen beide variabelen. Piazza et al. (2010) rapporteren dat de precisie van de mentale getallenlijn voorspellend is voor de scores op de semantische taakjes.

Methode

Proefpersonen

De onderzoeksgroep werd gevormd door 52 proefpersonen uit groep 8 van de basisschool. De keuze voor groep 8 is gebaseerd op twee redenen. Ten eerste vindt tijdens de basisschool jaren de overgang van een logaritmische naar een lineaire mentale getallenlijn plaats (Siegler & Booth, 2004). Dit maakt het interessant om de precisie van de mentale voorstelling van getallen aan het eind van de basisschoolperiode te onderzoeken. Ten tweede staat deze groep voor de overgang naar een schooltype waar meer zelfstandigheid wordt verwacht. Op de middelbare school worden leerlingen geacht meer verantwoordelijkheid te nemen over hun leerproces en minder afhankelijk te zijn van docenten (Janssen, ten Dam & van Hout-Wolters, 2002).

De onderzoeksgroep werd samengesteld met een gelegenheidssteekproef via de scholen. Na een mondelinge introductie van het onderzoek ontvingen de scholen informatiefolders. Tevens werden er informatiefolders en toestemmingsformulieren aan de leerlingen uitgedeeld. Ouders konden aangeven of zij toestemming voor deelname aan het onderzoek gaven. Ook werd geïnformeerd of hun kind beter, even goed of slechter las dan leeftijdsgenoten (zie Tabel 1). Deze vraag werd gesteld vanwege een mogelijke samenhang tussen lees- en rekenproblemen (Vukovic & Lesaux, 2013). Daarnaast moesten zij aangeven wel of niet akkoord te gaan met het maken van video-opnamen. Alleen de kinderen met toestemming voor video-opnamen hebben aan het onderzoek deelgenomen.

Tabel 1

Leesniveau in vergelijking met leeftijdsgenoten

Niveau	Frequentie	Percentage
Beter	11	21.2
Even goed	28	53.8
Slechter	9	17.3
Onbekend	4	7.7

Van de ruim 270 benaderde kinderen, deden er uiteindelijk 52 mee (zie Tabel 2). Dit waren 22 jongens (42.3%) en 30 meisjes (57.7%) met een gemiddelde leeftijd van 12 jaar en 2 maanden (SD = 5.5 maanden). Van deze proefpersonen werden er 10 (19.2%) geclassificeerd als zwakke rekenaars en 42 (80.8%) als goede rekenaars. Dit werd vastgesteld met behulp van een rekenscreeningstest. In het onderzoek werden de scores van de zwakke rekenaars vergeleken met de scores van de goede rekenaars. Er waren geen exclusiecriteria voor de proefpersonen.

De proefpersonen waren afkomstig van zeven verschillende scholen uit Noord-Holland (NH), Zuid-Holland (ZH) en Noord-Brabant (NB). Geen van de scholen stond in een postcodegebied dat was aangewezen als een impulsgebied, dat zijn gebieden met lage inkomens en hoge werkloosheidscijfers (Ministerie OCW, 2009).

Tabel 2

Achtergrondinformatie onderzoekspopulatie

Scholen	Provincie	Deelnemers	Benaderd	Toestemming	Geen Toestemming	Non-Respons
A	NB	10	112	39	1	72
B	ZH	10	20	19	1	0
C & D	NH & ZH	4 & 9	68	23	1	44
E	ZH	2	x	X	x	x
F	NH	10	23	14	x	x
G	NH	7	45	7	2	36

Procedure

De dataverzameling werd in maart en april 2013 op de diverse scholen door 17 verschillende studenten uitgevoerd. Voor de daadwerkelijke testafname waren de proefleiders getraind. In eerste instantie werd het afnemen van de taken op medestudenten geoefend. Daarna werd de testafname geoefend met een leerling

vergelijkbaar met leerlingen van de onderzoekspopulatie. Opnamen van deze oefening werden beoordeeld door een medestudent en de scriptiebegeleider.

Vervolgens heeft in een leeg lokaal groepsgewijze afname van een rekenscreeningstest plaatsgevonden. Op een later moment werden individueel een non-symbolische getallen vergelijkingstaak op de computer en twee subtesten op papier afgenomen. Van alle testafnamen werden video-opnamen gemaakt om te controleren op eventuele score- en/of afnamefouten. Na de laatste taak ontvingen de leerlingen een beloning.

Meetinstrumenten

DLE-TEST rekenen/wiskunde. Het rekenen/wiskunde vaardigheidsniveau van de proefpersonen werd gemeten met de Didactische Leeftijd Equivalent-TEST IV (DLE) rekenen/wiskunde (de Vos, 2002). De test bestaat uit twaalf werkbladen met sommen waarvan de moeilijkheidsgraad toeneemt. De DLE bevat 44 opgaven waarvoor in totaal 274 punten te behalen zijn. De sommen zijn realistische rekenopgaven, hierbij staan concrete situaties centraal. Een overzicht van de afnameregels staat gerapporteerd in de handleiding (de Vos, 2002).

De afname van de DLE-TEST rekenen/wiskunde duurde gemiddeld anderhalf uur. Om de score te berekenen werd het aantal niet behaalde scorepunten in mindering gebracht op de te behalen 274 punten. De benodigde tijd was niet van invloed op het testresultaat. Opgaven die waren overgeslagen, werden fout gerekend.

Het onderscheid tussen zwakke en goede rekenaars werd gemaakt op basis van behaald leerrendement. Het leerrendement toont in procenten aan wat het leerproces bij de leerling aan resultaat heeft opgeleverd. De gebruikte formule is: $DLE/DL \times 100\%$. In deze formule wordt de DLE-normscore gedeeld door het genoten aantal maanden onderwijs (in maart/april 57 of 58 maanden). Hierbij wordt uitgegaan van tien maanden onderwijs per schooljaar. In dit onderzoek werd een afkappunt van 75 procent leerrendement aangehouden.

De betrouwbaarheid van de DLE-test rekenen/wiskunde is voldoende tot goed met een betrouwbaarheidscoëfficiënt voor groep 8 van .81 (de Vos, 2002). Tevens is de DLE-TEST met een alfacoëfficiënt van .93 een intern consistent meetinstrument (de Vos, 2002). Alle werkbladen van de DLE werden in dit onderzoek dubbel gescoord.

Non-symbolische getallen vergelijkingstaak ('Number Acuity'). Met de non-symbolische getallen vergelijkingstaak (Piazza, et al., 2010) op de laptop werd de precisie van de mentale voorstelling van getallen bij de proefpersonen gemeten. Op het beeldscherm van het in E-prime versie 2.0.10.242 geprogrammeerde taakje verschenen steeds twee afbeeldingen met een variërend aantal witte stippen. De proefpersoon diende zo snel mogelijk, zonder te tellen, aan te geven welk plaatje meer stippen had. Dit werd gedaan door de (geel afgeplakte) linker- of rechterknop op het toetsenbord in te drukken. De plaatjes bleven staan totdat een keuze gemaakt was. De taak bestond uit drie delen; eerst een oefengedeelte en daarna de echte taak die bestond uit twee delen. Afname van de non-symbolische getallen vergelijkingstaak duurde vijf tot tien minuten. Een nadere omschrijving van de taak staat beschreven in Piazza et al. (2010).

Het resultaat op de non-symbolische getallen vergelijkingstaak werd omgezet in een Weber Accuratesse maat. De hoeveelheid stippen in de twee afbeeldingen stonden in tien verschillende verhoudingen tot elkaar, die elk tien keer werden gepresenteerd. De accuratesse op de taak werd afgezet tegenover deze verhoudingsbreuken (contrasten). Per contrast werd vastgesteld hoe het kind scoorde. De verhoudingsbreuk varieerde tussen de 0.625 en de 0.98. Het verloop door de contrasten heen resulteerde in een lineaire lijn. De hellingscoëfficiënt, de Weber Accuratesse, van deze lijn gaf de gevoeligheid van een persoon weer voor de verhouding tussen twee hoeveelheden. Het getal geeft aan hoeveel de accuratesse verandert wanneer het contrast 1.0 stijgt.

Semantische taakjes. Drieling ('Triplets') en Tussenvoeging ('Insertions') zijn twee symbolische numerieke taakjes. Deze taakjes zijn direct verbonden met de mentale getallenlijn en het manipuleren van numerieke hoeveelheden zonder dat hierbij rekenkennis betrokken is. Om deze taakjes succesvol te voltooien moet een kind weten wat een bepaalde getalsomvang betekent. De afnametijd van de Drieling ('Triplets') en Tussenvoeging ('Insertions') taken van Piazza et al. (2010) bedroeg ongeveer vijf minuten (Piazza, et al., 2010).

Drieling. Met Drieling werd gemeten of een kind het hoogste getal herkende. Een proefpersoon moest uit een reeks van drie getallen het hoogste getal omcirkelen (zie Figuur 2). De taak bestond uit twee voorbeeldopgaven en twintig testitems. De getallen varieerden van één tot zes cijfers. Tijdens het afnemen van de taak hield de proefleider de tijd bij. De tijdopname werd gestart op het moment dat het blaadje recht

voor de proefpersoon lag en werd stopgezet wanneer de proefpersoon het laatste getal had omcirkeld. Een goed antwoord werd gescoord als 0 en een fout antwoord als 1. De intercodeerbetrouwbaarheid was volledig, $\kappa = 1.00$.

50	–	515	–	151
----	---	-----	---	-----

Figuur 2: item Drieling

Tussenvoeging. Met Tussenvoeging werd gemeten of een kind de volgorde van getallen beheerste. Aan de proefpersoon werd gevraagd om een cijfer op de juiste positie te plaatsen in een reeks die bestond uit drie andere getallen. Uit vier posities koos het kind de correcte plaats (zie Figuur 3). De proefpersoon trok een lijntje van het getal naar het hokje waar het getal hoorde te staan. De taak bestond uit twee voorbeelditems en twaalf testitems. De getallen varieerden van één tot vijf cijfers. Tijdens het afnemen van de taak hield de proefleider de tijd bij. De tijdopname werd gestart op het moment dat het blaadje recht voor de proefpersoon lag en werd stopgezet wanneer de proefpersoon het laatste lijntje had getrokken. Een goed antwoord werd gescoord als 0 en een fout antwoord als 1. De intercodeerbetrouwbaarheid was volledig, $\kappa = 1.00$.

373

	375		379		381	
--	-----	--	-----	--	-----	--

Figuur 3: item Tussenvoeging

Statistische Analyse

Het betrof een correlationeel onderzoek. De behaalde scores werden ingevoerd in SPSS 19. Aan missings werd de waarde 9999 toegewezen. Uitbijters werden nader bestudeerd en bij gegronde redenen verwijderd. Voorafgaand aan het toetsen werd een achtergrondvariabelen analyse uitgevoerd voor geslacht en leesniveau.

Om te analyseren of er een verband bestond tussen rekenproblemen en de precisie van de mentale voorstelling van getallen werd een t-toets voor onafhankelijke steekproeven uitgevoerd. Vervolgens werd nagegaan of rekenproblemen een

voorspeller vormden voor de scores op de taken Drieling en Tussenvoeging. Hiervoor werd eerst bestudeerd of er een verband bestond tussen rekenproblemen en de scores. Vervolgens werd nagegaan of er een verband bestond tussen rekenproblemen en de reactietijd op de taakjes. Wanneer voldaan werd aan de aannamen van parametrisch toetsen werd een t-toets gebruikt anders een non-parametrische variant. De effectgrootte werd berekend met Cohen's d (.20 klein, .50 middelgroot en .80 groot). Tenslotte werd met correlatieanalyse onderzocht of er een verband bestond tussen de precisie van de mentale voorstelling van getallen en de scores op de semantische taakjes Drieling en Tussenvoeging. Als α werd een waarde van .05 aangehouden. De correlatiecoëfficiënt vormde een maatstaf voor de effectgrootte.

Resultaten

Datapreparatie

Voorafgaand aan de daadwerkelijke data-analyse heeft data-inspectie plaatsgevonden en zijn enkele aannamen getoetst. In Tabel 3 staat een overzicht van de beschrijvende statistieken. De gegevens van één proefpersoon zijn niet in de analyses meegenomen, vanwege het ontbreken van alle essentiële gegevens. Opvallend is de geringe variatie in het aantal goede antwoorden op de taken Drieling en Tussenvoeging.

Tabel 3

Beschrijvende Statistieken

	N	Min; Max	$M(SD)$	95% CI	Skewness (SE)	Kurtosis (SE)
Weber Accuratesse	51	-23.4; -0.5	-9.6 (4.2)	[-10.9, -8.6]	-0.4 (0.3)	1.62 (0.7)
Drieling Accuratesse	50	15; 20	19.4 (1.0)	[19.1, 19.7]	-2.4 (0.3)	6.53 (0.7)
Drieling reactietijd in seconden	49	32; 111	51.5 (14.4)	[47.4, 55.6]	1.7 (0.3)	5.14 (0.7)
Tussenvoeging Accuratesse	50	9; 12	11.5 (0.9)	[11.3, 11.8]	-1.8 (0.3)	1.88 (0.7)
Tussenvoeging reactietijd in seconden	49	33; 133	61.2 (18.9)	[55.8, 66.6]	1.3 (0.3)	2.96 (0.7)

Het aantal goede antwoorden op Drieling en Tussenvoeging is gestandaardiseerd en samengenomen tot één variabele. Ook de reactietijd op beide taakjes is gestandaardiseerd en samengenomen. Na de data-inspectie is de invloed van groepen getoetst. Er bestaat geen significante relatie tussen wel of geen rekenproblemen en het geslacht van de proefpersonen ($\chi^2 (1) = 2.30, p = .13$). Ook tussen rekenproblemen en het variërende leesniveau van de proefpersonen bestaat geen significant sterk verband ($\chi^2 (2) = 1.74, p = .42$).

Data-analyse

Rekenproblemen en de precisie van de mentale voorstelling van getallen.

Met een onafhankelijke t-toets is onderzocht of rekenproblemen een voorspeller vormen voor de precisie van de mentale voorstelling van getallen bij kinderen in groep 8. Bij kinderen zonder rekenproblemen ($M = -9.4$, $SD = 4.1$) is de Weber Accuratesse gemiddeld iets hoger dan bij kinderen met rekenproblemen ($M = -9.7$, $SD = 4.3$). Dit verschil is niet significant ($t(49) = .15$, $p = .88$, $d = .05$, $1-\beta = .05$).

Rekenproblemen en scores op de semantische taakjes. De

gestandaardiseerde score op Drieling en Tussenvoeging is significant niet normaal verdeeld ($D(49) = .31$, $p < .001$). Met de non-parametrische Mann-Whitney test is getoetst of rekenproblemen een voorspeller vormen voor de scores op deze semantische taakjes. Het scoreverschil tussen kinderen met rekenproblemen ($Mdn = 2.0$) en kinderen zonder rekenproblemen ($Mdn = 2.0$) is niet significant ($U = 1.99$, $z = -.03$, $p = .98$, $r < .001$, $1-\beta = .24$).

Vervolgens is getoetst of rekenproblemen een voorspeller vormen voor de reactietijd waarmee de taakjes zijn afgerond. De variabele reactietijd is normaal verdeeld ($D(49) = .11$, $p = .19$). Bij de data-inspectie valt een proefpersoon met rekenproblemen op, deze score vormt een bivariate uitbijter. Besloten is om de uitbijter te handhaven, omdat het goed mogelijk is dat iemand werkelijk een dergelijke langzame reactietijd heeft. Uit de onafhankelijke t-toets komt naar voren dat kinderen met rekenproblemen gemiddeld langer over een item doen ($M = 9.14$, $SE = 1.06$) dan kinderen zonder rekenproblemen ($M = 7.34$, $SE = .28$). Dit verschil is significant ($t(47) = 2.35$, $p = .02$, $d = .70$, $1-\beta = .46$).

Precisie van de mentale voorstelling van getallen en scores op de semantische taakjes. Vanwege het schenden van de aanname van normaliteit is Spearman's correlatie coëfficiënt berekend. Hieruit komt naar voren dat er geen significant verband bestaat tussen de precisie van de mentale voorstelling van getallen en de gestandaardiseerde score op de taakjes Drieling en Tussenvoeging ($r_s = .13$, $p = .36$). Daarna is getoetst of er een verband bestaat tussen de precisie van de mentale voorstelling van getallen en de gestandaardiseerde reactiesnelheid waarmee de taakjes zijn voltooid. Hier bestaat ook geen significante samenhang tussen ($r = .16$, $p = .27$).

Discussie

Er werd geen significant verschil gevonden tussen de precisie van de mentale voorstelling van getallen bij kinderen met en zonder rekenproblemen, met een zeer kleine power van .05. Verder werd verondersteld dat kinderen zonder rekenproblemen beter presteren op de semantische taakjes waarbij ordinale informatie een belangrijke rol speelt. Het accuratesse verschil tussen de groepen bleek niet significant, met een kleine power van .24. Wel kwam naar voren dat de kinderen met rekenproblemen gemiddeld langer over een item doen, met een middelgrote effectgrootte van .70. Daarnaast werd vermoed dat er een samenhang bestond tussen de precisie van de mentale voorstelling van getallen en de scores op de semantische taakjes. Dit verband werd voor zowel accuratesse als reactietijd niet gevonden, met geringe effectgroottes van .13 en .16.

De bevinding dat de mentale voorstelling van getallen bij kinderen met rekenproblemen niet minder precies is dan bij kinderen zonder rekenproblemen, is tegenstrijdig met eerdere bevindingen van Noël en Rousselle (2011) en Piazza et al. (2010). Zij hebben, bij kinderen met dyscalculie, een duidelijke verzwakking van het numerieke systeem aangetoond en gekwantificeerd. De groep kinderen met rekenproblemen, met een leerrendement onder de 75%, is echter breder dan alleen de kinderen met dyscalculie, met een leerachterstand van 2 jaar (leerrendement < 65%; Ashkenazi et al., 2009; de Vos, 2002). In het huidige onderzoek wordt een vergelijkbare non-symbolische getallen vergelijkingstaak gebruikt als in Piazza et al. (2010). Het is daarom onwaarschijnlijk dat verschillen tussen het huidige onderzoek en eerdere onderzoeken methodologische van aard zijn. Op basis van deze resultaten lijkt het uitgesloten dat het fundament van het breder gedefinieerde rekenproblemen ligt in de precisie van de mentale voorstelling van getallen.

Dat er geen scoreverschil op de semantische taakjes is gevonden, lijkt strijdig met eerdere onderzoeksresultaten van Lyons en Beilock (2011). Het vermogen om getallen te ordenen wordt door hen beschreven als een sterke voorspeller voor rekenprestaties. Nadien rapporteren Sasanguie et al. (2013) datzelfde resultaat. Het is daarom opmerkelijk dat beide groepen vergelijkbaar scoren. Anderzijds is deze bevinding in lijn met het argument van Piazza et al. (2010), dat de semantische taakjes geen beroep doen op rekenkennis. Dit resultaat geeft aan dat interventie van rekenproblemen niet gericht moet worden op het verbeteren van ordinale vaardigheden.

Het gevonden verschil in reactietijd is strokend met eerder onderzoek (Ashkenazi et al., 2009; Rousselle & Noël, 2007). Deze onderzoeksresultaten impliceren dat de verwerking van getallen bij kinderen met rekenproblemen langzamer en mogelijk ook anders verloopt. Ashkenazi et al. (2009) schreven over het bestaan van verschillende representatiemodellen. In het analytische model worden de tientallen en eenheden van tweecijferige getallen afzonderlijk verwerkt. Hier tegenover staat het holistische model waarin cijfers als geheel worden verwerkt (Ashkenazi et al., 2009). Dit suggereert dat naarmate getallen omvangrijker worden verwerking via het analytische model steeds tijdrovender wordt.

Dat er geen samenhang gevonden is tussen de precisie van de mentale voorstelling van getallen en de scores op de semantische taakjes op zowel de accuratesse als de reactietijd is opvallend. Eerder beschreven Piazza et al. (2010) dat de precisie van de mentale getallenlijn voorspellend is voor de scores op de semantische taakjes. Dat onderzoek was wel verricht naar kinderen met dyscalculie. De deficiënties van kinderen met minder ernstige rekenproblemen lijken toch op een ander gebied te liggen.

Limitaties en vervolgonderzoek

De belangrijkste limitatie van dit onderzoek vormt het plafondeffect op de taken Drieling en Tussenvoeging. De variatie in het aantal goede antwoorden is gering. Mogelijk is dit van invloed op de gevonden onderzoeksresultaten. Het kan zijn dat de taken voor deze onderzoekspopulatie te eenvoudig zijn en dat daarmee het onderscheidingsvermogen verloren is gegaan. Vervolgonderzoek met een moeilijkere taak waarbij de semantiek van getallen centraal staat, kan uitwijzen of de gevonden resultaten door het plafondeffect zijn beïnvloed.

Een andere potentiële limitatie is dat ongeveer 80% van de benaderde kinderen niet aan het onderzoek heeft deelgenomen. Er is geen informatie beschikbaar over de beweegredenen om van deelname af te zien. Mogelijkerwijs is zo een specifiek deel van de onderzoekspopulatie buiten beschouwing gebleven.

Bij vervolgonderzoek is het interessant om een grotere variatie aan taken af te nemen. Potentieel leidt dit tot meer inzicht in wat het verschil tussen kinderen met en zonder rekenproblemen is. Piazza et al. (2010) maakten onderscheid tussen semantische taken, transcodeer taken, eenvoudige rekentaken en complexe rekentaken. Wellicht hebben kinderen met rekenproblemen meer moeite met het lezen, schrijven en/of herhalen van getallen. Binnen de test waarmee het rekenniveau is vastgesteld,

speelt tijdsduur geen rol. Er moet dus meer aan de hand zijn dan alleen het gevonden verschil in verwerkingssnelheid.

Conclusie

De onderzoeksresultaten hebben nog geen duidelijkheid gebracht over welke (onderontwikkelde) vaardigheid aan rekenproblemen ten grondslag ligt. De precisie van de mentale voorstelling van getallen is bij kinderen met en zonder rekenproblemen vergelijkbaar. De groep dan dus geen profijt halen uit de training die kinderen met dyscalculie helpt om hun representatie van hoeveelheden te verbeteren. Verder onderzoek moet uitwijzen hoe kinderen met rekenproblemen zo goed mogelijk geholpen kunnen worden. Dit kan veel individueel leed en onnodige uitgaven voorkomen.

Literatuurlijst

- Ashkenazi, S., Mark-Zigdon, N., & Henik, A. (2009). Numerical distance effect in developmental dyscalculia. *Cognitive Development, 24*, 387-400.
doi: 10.1016/j.cogdev.2009.09.006
- Butterworth, B., Varma, S., & Laurillard, D. (2011). Dyscalculia: from brain to education. *Science, 332*, 1049-1053. doi: 10.1126/science.1201536
- Feigenson, L., Dehaene, S., & Spelke, E. (2004). Core systems of number. *Trends in Cognitive Sciences, 8*, 307-314. doi: 10.1016/j.tics.2004.05.002
- Gross, J., Hudson, C., & Price, D. (2009). *The Long Term Costs of Numeracy Difficulties*. Every Child a Chance Trust and KPMG, London.
- Inglis, M., Attridge, N., Batchelor, S., & Gilmore C. (2011). Non-verbal number acuity correlates with symbolic mathematics achievement: but only in children. *Psychonomic Bulletin & Review, 18*, 1222–1229. doi: 10.3758/s13423-011-0154-1
- Izard, V., Sann, C., Spelke, E. S., & Streri, A. (2009). Newborn infants perceive abstract numbers. [Article]. *Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America, 106*(25), 10382-10385.
doi: 10.1073/pnas.0812142106
- Janssen, T., Dam, G. ten, & Hout-Wolters, B. van (2002). *Vaardigheden voor zelfstandig leren: Een praktijkgericht overzicht van onderzoek*. Assen: Koninklijke Van Gorcum.
- Kadosh, R. C., Lammertyn, J., & Izard., V. (2008). Are numbers special? An overview of chronometric, neuroimaging, developmental and comparative studies of magnitude representation. *Progress in Neurobiology, 84*, 132–147.
doi: 10.1016/j.pneurobio.2007.11.001
- Kucian, K., Grond, U., Rotzer, S., Henzi, B., Schönmann, C., Plangger, F., ... von Aster, M. (2011). Mental number line training in children with developmental dyscalculia. *Neuroimage, 57*, 782–795. doi: 10.1016/j.neuroimage.2011.01.070
- Lyons, I. M., & Beilock, S. L. (2009). Beyond quantity: Individual differences in working-memory and the ordinal understanding of numerical symbols. *Cognition, 113*, 189–204. doi: 10.1016/j.cognition.2009.08.003
- Lyons, I. M., & Beilock, S. L. (2011). Numerical ordering ability mediates the relation between number-sense and arithmetic competence. *Cognition, 121*, 256-261. doi: 10.1016/j.cognition.2011.07.009

- Ministerie van Onderwijs, Cultuur en Wetenschap (OCW). (2009).
Regeling vaststelling impulsgebieden schooljaar 2009–2010 tot en met 2012–2013. Geraadpleegd op 31 mei, 2013, via
http://wetten.overheid.nl/BWBR0025945/geldigheidsdatum_28-10-2009
- Mussolin, C., Nys, J., Leybaert, J., Content, A. (2012). Relationships between approximate number system acuity and early symbolic number abilities. *Trends in Neuroscience and Education, 1*, 21-31. doi: 10.1016/j.tine.2012.09.003
- Noël, M. P., & Rousselle, L. (2011). Developmental changes in the profiles of dyscalculia: An explanation based on a double exact and approximate number representation model. *Frontiers in Human Neuroscience, 5*, 165.
 doi: 10.3389/fnhum.2011.00165
- Parsons, S., Bynner, J. (2005). *Does Numeracy Matter More?* National Research and Development Centre for Adult Literacy and Numeracy, Institute of Education, London.
- Piazza, M., Facoetti, A., Trussardi, A. N., Berteletti, I., Conte, S., Lucangeli, D., ... Zorzi, M. (2010). Developmental trajectory of number acuity reveals a severe impairment in developmental dyscalculia. *Cognition, 116*(1), 33-41.
 doi: 10.1016/j.cognition.2010.03.012
- Rousselle, L., & Noël, M. P. (2007). Basic numerical skills in children with mathematics learning disabilities: A comparison of symbolic vs. non-symbolic number magnitude processing. *Cognition, 102*, 361–395.
 doi:10.1016/j.cognition.2006.01.005
- Sasanguie, D., Göbel, S.M., Moll, K., Smets, K., & Reynvoet, B. (2013). Approximate number sense, symbolic number processing, or number–space mappings: what underlies mathematics achievement? *Journal of Experimental Child Psychology, 114*, 418–431. doi: 10.1016/j.jecp.2012.10.012
- Siegler, R.S., Booth, J.L. (2004). Development of numerical estimation in young children. *Child Development, 75*, 428-444.
- Verschueren, K., & Koomen, H. (Eds.). (2007). *Handboek diagnostiek in de leerlingenbegeleiding*. Antwerpen: Garant.
- Vos, T. de (2002). *DLE-TEST rekenen/wiskunde* (4e druk). Leeuwarden: Eduforce.
- Vukovic, R.K., Lesaux, N.K. (2013). The relationship between linguistic skills and arithmetic knowledge. *Learning and Individual Differences, 23*, 87–91.
 doi: 10.1016/j.lindif.2012.10.007