

Leren delen in Pluspunt en WiG

Beschrijving en vergelijking van de leerlijn ‘delen’ in twee realistische rekenmethoden in de
bovenbouw van het basisonderwijs

Roswitha de Boer

S0944653

Masterscriptie Educational Studies

Universiteit Leiden

Faculteit Sociale Wetenschappen

Master Education and Child Studies

1^e lezer: mw. Dr. M. Hickendorff

2^e lezer: mw. Dr. K. F. A. Stroet

09-11-2015

Voorwoord

Bij de totstandkoming van deze masterscriptie zijn meerdere personen intensief betrokken geweest, aan wie ik graag een woord van dank wil uitspreken.

Allereerst wil ik Marian Hickendorff hartelijk bedanken voor haar begeleiding gedurende het hele proces. De geplande bijeenkomsten en haar feedback op (onderdelen van) mijn scriptie hebben bijgedragen aan de verduidelijking en afbakening van het onderwerp en hebben mij geholpen om de grote hoeveelheid informatie te structureren. Ik heb haar begeleiding als zeer prettig ervaren en vond het verrijkend om begeleid te worden door een expert op rekengebied.

Tevens wil ik graag familie, vrienden en (oud) studiegenoten bedanken die mijn scriptie (soms meer dan eens) hebben gelezen en becommentarieerd. Ik ben heel blij dat zij hiervoor tijd hebben willen vrijmaken. Hun opbouwende kritiek wakkerde mijn enthousiasme en doorzettingsvermogen enorm aan. Door het stellen van kritische vragen hebben zij daarnaast een bijdrage geleverd aan het verbreden en verdiepen van mijn inzichten.

Voorts wil ik uitgeverij Malmberg bedanken voor het in bruikleen geven van de methode De wereld in getallen en CBS Het Talent voor het in bruikleen geven van de methode Pluspunt. De beschikking over deze materialen heeft het onderzoek zeer bevorderd.

Tot slot wil ik hen bedanken die wellicht minder direct betrokken zijn geweest bij de totstandkoming van deze scriptie, maar die mij op andere wijzen hebben gesteund, gemotiveerd en aangemoedigd bij de voltooiing van mijn master.

Roswitha de Boer

Leiden, 2015

Inhoudsopgave

Voorwoord	2
Inhoudsopgave	3
Abstract	5
Samenvatting.....	6
Het Nederlandse rekenonderwijs	8
Ontwikkelingen in Nederlandse rekenprestaties.	8
Internationaal perspectief.....	8
Nationaal perspectief.	9
Hervorming van het rekenonderwijs.....	10
Traditioneel rekenen.	110
Realistisch rekenen.....	11
Discussiepunten.	11
Rekenmethoden in beweging.....	12
Van kerndoel naar referentieniveau.	13
Kerndoelen.	13
Referentieniveaus.....	13
De bewerking delen.....	14
Opbouw van de leerlijn delen.	155
Deelstrategieën.	15
Getalstrategieën.....	15
Kolomsgewijs delen.....	17
Cijferen.	18
Ontwikkelingen in strategiegebruik.	18
Kerndoelen en referentieniveaus delen.....	19
Huidig onderzoek	20
Rekenmethoden.....	21
Pluspunt.....	21
De wereld in getallen.....	21
Onderwijsaanbod.	21
Oplossingsstrategieën.	22
Vorm.....	22
Getalsoorten.....	22
Onderzoeksvraag.....	22
Methode.....	23
Onderzoeksmaterialen	23
Analysemethoden	24
Procedure	26

Data-analyse.....	277
Resultaten	28
Totaal aantal deelopgaven	26
Totaal aantal deeltafels	269
De leerlijn delen in Pluspunt	26
Verschillen naar differentiatieniveau	31
De leerlijn delen in WiG.....	32
Verschillen naar differentiatieniveau	213
Wat is de plaats en opbouw van getalstrategieën in de leerlijn delen?	33
Wat is de plaats en opbouw van kolomsgewijs rekenen in de leerlijn delen?	34
Wat is de plaats en opbouw van cijferen in de leerlijn delen?	35
In welke mate krijgen leerlingen de ruimte om zelf rekenstrategieën te kiezen?.....	36
Welke plaats hebben kale en contextopgaven in de leerlijn delen?	37
In welke mate en wanneer komen verschillende getalsoorten aan bod in de leerlijn delen?	37
Discussie	38
Beantwoording onderzoeksvraag	38
Verklaring en consequenties	471
Intensiteit vs. regelmaat.....	471
Delen met rest	472
Kolomsgewijs delen.....	472
Gewenst einddoel.	473
Instructie in deelstrategieën.	474
Vorm.....	477
Differentiatie.	478
Invloed leerkracht..	50
Invloed methode..	511
Implicaties	511
Beperkingen	522
Aanbevelingen.....	533
Referenties	555
Bijlage A. Referentieniveaus bewerking delen basisonderwijs.....	5563
Bijlage B. Inclusie- en exclusiecriteria	5564
Bijlage C. Opbouw analyseschema.....	5566
Bijlage D. Leerlijnen Pluspunt en WiG naar deelstrategie, uitgewerkt per niveau	5567
Bijlage E. Algemene beschrijving werkwijze Pluspunt en WiG.....	5573
Bijlage F. Resultaten per methode uitgewerkt naar deelvraag.....	5575

Abstract

In the 80's the Dutch mathematics education was reformed, from a traditional didactic, where one algorithm was taught, to a realistic didactic, where understanding and contextualisation are essential. Therewith, mathematic textbooks, which are used as curriculum guideline, have also become more realistic. Simultaneously, strategy use and achievement scores of pupils have changed. Division stands out due to the decrease in achievement scores and the replacement of the traditional algorithm by a realistic alternative: column arithmetic. Therefore, in this study the content and structure of the curriculum of division in two Dutch realistic mathematics textbooks, Pluspunt and WiG, are defined and compared in 3rd-6th grade, discriminated by differentiation level. The various division strategies (informal realistic strategies, column arithmetic, traditional algorithm and free strategy use) are analyzed by means of quantity, format, number type and place. The main differences between the two curricula are that the curriculum in WiG starts later, is build up more slowly and presents less division problems than in Pluspunt. Although column arithmetic is introduced later in WiG, this strategy is build up gradually from the informal realistic strategies, whereas in Pluspunt it is not. Also, in WiG relatively more contextual problems are presented than in Pluspunt. Both textbooks have in common that the concept 'remainder' is introduced simultaneously, the use of informal realistic strategies is hardly promoted and free strategy choice predominates. The detailed description and comparison of the division curricula contribute to the evaluation of the efficacy and efficiency of the educational program in division.

Samenvatting

In de jaren '80 is het Nederlands rekenonderwijs hervormd, van een traditionele didactiek waarbij één algoritme werd aangeleerd, naar een realistische didactiek waarbij getalinzicht en contexten centraal staan. Daarmee werden ook de rekenmethoden, die in het onderwijs als leidraad worden gebruikt voor het curriculum, steeds realistischer. Tegelijkertijd veranderden het strategiegebruik en de prestaties van leerlingen. De bewerking delen valt hierbij op vanwege de gedaalde leerlingprestaties en de vervanging van de traditionele cijferstrategie, de staartdeling, door het kolomsgewijs delen. Daarom is in dit onderzoek de leerlijn delen van twee realistische rekenmethoden, Pluspunt en WiG, in kaart gebracht en vergeleken, in groep 5 t/m 8 van het basisonderwijs, uitgesplitst naar differentiatieniveau. De verschillende deelstrategieën die aan bod komen (getalstrategieën, kolomsgewijs delen, cijferen en vrij strategiegebruik) zijn belicht vanuit de aspecten kwantiteit, vorm, getalsoorten en plaats van deelopgaven. De voornaamste verschillen tussen Pluspunt en WiG zijn dat de leerlijn delen in WiG later begint, deze langzamer wordt opgebouwd en er minder deelopgaven worden aangeboden dan in Pluspunt. Hoewel het kolomsgewijs delen in WiG later wordt aangeleerd, wordt deze strategie opgebouwd vanuit getalstrategieën, wat in Pluspunt niet gebeurt. Daarnaast worden in WiG verhoudingsgewijs meer contextopgaven aangeboden dan in Pluspunt. Overeenkomsten tussen beide methoden zijn dat het begrip 'rest' op hetzelfde moment wordt aangeleerd, er nauwelijks wordt aangestuurd op het gebruik van getalstrategieën en het vrij strategiegebruik overheerst. De gedetailleerde beschrijving en vergelijking van de leerlijnen dragen bij aan de evaluatie van de effectiviteit en efficiëntie van het onderwijsaanbod in de bewerking delen.

Leren delen in Pluspunt en WiG

Beschrijving en vergelijking van de leerlijn ‘delen’ in twee realistische rekenmethoden in de bovenbouw van het basisonderwijs

De afgelopen 30-40 jaar heeft het rekenonderwijs een flinke hervorming ondergaan (Cito, 2013). Zo ook in Nederland. Waar de didactiek eerder traditioneel van aard was, waarbij één strategie werd aangeleerd en ingeoefend, is deze nu realistisch van aard, met aandacht voor meer oplossingsstrategieën en toepassing in contexten. Het lijkt erop dat deze hervorming drastische gevolgen met zich heeft mee gebracht. Dit heeft geresulteerd in een discussie over de effectiviteit van beide didactieken, waarin nog geen consensus is bereikt (KNAW, 2009). De prestaties van leerlingen zijn namelijk niet alleen gestegen na de hervorming van het rekenonderwijs, maar ook gedaald. Leerlingen zijn bijvoorbeeld beter geworden in schatten, maar ondervinden moeite bij het oplossen van complexere problemen (Cito, 2013). De resultaten voor de bewerking delen zijn, naast vermenigvuldigen, daarbij het meest achteruit gegaan, wat reden geeft om de rekenkundige bewerking delen nader te onderzoeken. Bovendien is bij het delen na de hervorming de cijferstrategie (waar met cijfers wordt gewerkt) vervangen door het kolomsgewijs delen (waar met getallen wordt gewerkt), wat niet het geval is bij vermenigvuldigen (Veltman & Van den Heuvel-Panhuizen, 2010). Deze verandering heeft tot discussie geleid over de effectiviteit van beide strategieën. In het huidige onderzoek staat daarom het onderwijs in de bewerking delen in de bovenbouw van het basisonderwijs centraal en wordt nader ingegaan op bovengenoemde ontwikkelingen.

Een gedetailleerde analyse van het onderwijsaanbod op het gebied van delen is van belang bij de evaluatie van de effectiviteit en efficiëntie ervan, ter bevordering van de kwaliteit, vooral in combinatie met onderzoek naar het strategiegebruik en de prestaties van leerlingen. Dit belang wordt onder andere benadrukt door de Organisatie voor Economische Samenwerking en Ontwikkeling (OECD, 2015). Aangezien rekenmethoden in belangrijke mate worden gebruikt als leidraad voor het onderwijsaanbod (Cito, 2011, 2013), zal in het huidige onderzoek de leerlijn delen van twee rekenmethoden in kaart worden gebracht. De diverse strategieën die in de leerlijn delen aan bod komen, worden geanalyseerd aan de hand van de aspecten kwantiteit, vorm, getalsoort en plaats van deelopgaven: bij hoeveel opgaven wordt er op een bepaalde strategie aangestuurd, worden ze in een context aangeboden of kaal (zonder context), welke getalsoorten worden gebruikt en wanneer komen de strategieën in de leerlijn aan bod? De leerlijnen van de twee rekenmethoden zullen vervolgens onderling worden vergeleken.

Om een overzichtelijk beeld te schetsen van de ontwikkelingen in het rekenonderwijs wordt de inleiding verdeeld in drie kaders: een breed kader van het Nederlands rekenonderwijs, een smal kader van de bewerking delen en een kader van het huidige onderzoek. Eerst komen de ontwikkelingen van de Nederlandse rekenprestaties op internationale en nationale schaal aan bod. Aansluitend zal de hervorming van het rekenonderwijs worden belicht, evenals de discussie over de effectiviteit van de twee didactische stromingen. Kort wordt de invloed hiervan op het onderwijsaanbod in rekenmethodes beschreven. Voorts wordt uitgelegd wat kerndoelen en referentieniveaus zijn, die de eisen aan het rekenonderwijs door de overheid weerspiegelen. Vervolgens wordt het kader van de bewerking delen geschetst en wordt de keuze voor deze bewerking verder toegelicht. De verschillende deelstrategieën alsmede de ontwikkeling in strategiegebruik zullen worden besproken. Tot slot wordt het belang van het huidige onderzoek onderstreept en worden bijbehorende onderzoeksvragen belicht.

Het Nederlandse rekenonderwijs

Rekenen is een vaardigheid waar we in het dagelijks leven veelvuldig gebruik van maken. Kennis van en vaardigheden in rekenen en wiskunde bepalen voor een belangrijk deel toekomstig maatschappelijk succes (Keijzer, Lit, & Oonk, 2011). Daarom wordt er in het onderwijs veel aandacht besteed aan rekenen: 5 uur van de totale 25 uur per week aan onderwijstijd (Cito, 2013). De rekenprestaties staan bovendien in de belangstelling, zowel van de overheid, als van de media en van de samenleving (Gravemeijer, 2007). Ook in andere landen wordt veel aandacht besteed aan de rekenprestaties van leerlingen, waarbij de resultaten op internationaal niveau vergeleken worden. Aangezien Nederland als kenniseconomie in ieder geval bij de top van Europa wil horen, wordt aan deze resultaten veel waarde gehecht (Ministerie van AZ, 2012).

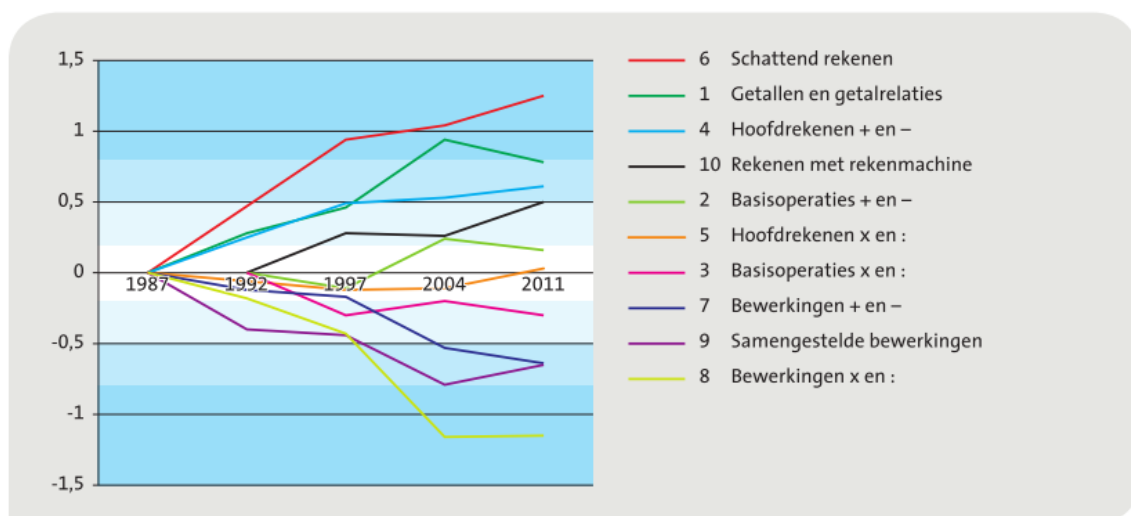
Ontwikkelingen in Nederlandse rekenprestaties.

Internationaal perspectief. Nederland doet mee aan twee internationale onderzoeken naar leerlingprestaties op het gebied van rekenen: *Trends in International Mathematics and Science Study* (TIMSS) en *Programme for International Student Assessment* (PISA). Met TIMSS worden de relatieve prestaties van 77 landen en rechtelijke eenheden bepaald op het gebied van rekenen en natuuronderwijs in groep 6 van het primair onderwijs (PO) (Meelissen et al., 2012). Aan hetzelfde onderzoek in de tweede klas van het voortgezet onderwijs (VO) doet Nederland niet mee. PISA toetst op internationaal niveau de mate waarin 15-jarigen hun kennis en vaardigheden kunnen toepassen op realistische situaties, voor de drie leergebieden leesvaardigheid, wiskunde en natuurwetenschappen (Kordes, Bolsinova, Limpens, & Stolwijk,

2013). Hoewel het hier geen basisschoolleerlingen betreft, geven de resultaten wel informatie over het rekenvaardigheidsniveau van Nederlandse kinderen. In de peiling van 2012 stond het leergebied wiskunde centraal, waaraan 65 landen deelnamen.

Uit de resultaten van beide onderzoeken kan geconcludeerd worden dat de rekenprestaties van Nederlandse leerlingen goed zijn in verhouding tot leerlingprestaties van andere landen (Kordes et al., 2013; Mullis, Martin, Foy, & Arora, 2012). Bij TIMSS staat Nederland in 2011 op de 12^e plaats, bij PISA in 2012 op de 10^e plaats. Hoewel in beide onderzoeken de prestaties met de jaren zijn gedaald, bevindt Nederland zich nog steeds ver boven het gemiddelde. Bovendien is het verschil tussen zwakke en sterke leerlingen klein in vergelijking met andere landen (Meelissen et al., 2012).

Nationaal perspectief. Ook nationaal wordt onderzoek uitgevoerd om inzicht te krijgen in de onderwijsopbrengsten van het PO. Van 1987 tot 2011 werd iedere vijf jaar een Periodieke Peiling van het Onderwijsniveau (PPON) uitgevoerd door het Cito naar de rekenprestaties in groep 8, in opdracht van het Ministerie van OCW (Cito, 2013). De rekenprestaties werden op 22 onderwerpen gemeten, verdeeld over drie domeinen: Getallen en bewerkingen; Verhoudingen, breuken en procenten; Meten en verbanden. Uit de laatste peiling is gebleken dat het rekenpeil op een aantal onderwerpen is gestegen en op een aantal is gedaald over de periode 1987 – 2011. De prestaties op de meeste onderwerpen binnen de domeinen Verhoudingen, breuken en procenten en Meten en verbanden zijn gestegen, of slechts miniem gedaald. Binnen het domein Getallen en bewerkingen zijn de prestaties echter op een aantal onderwerpen sterk gedaald, met name op alle bewerkingen (optellen, aftrekken, vermenigvuldigen en delen) (Figuur 1). De daling is het sterkst voor de bewerkingen vermenigvuldigen en delen. Er hebben echter ook verbeteringen plaatsgevonden, onder



Figuur 1. Effectgrootten voor afnamejaren 1987-2011: domein Getallen en bewerkingen (Cito, 2013)

andere op schattend rekenen, getallen en getalrelaties en rekenen met de rekenmachine. De prestaties op de overige onderwerpen zijn door de jaren heen redelijk gelijk gebleven.

Een ander instrument om de rekenvaardigheden in het basisonderwijs te monitoren is de Jaarlijkse Meting Taal & Rekenen (JMTR, voorheen Jaarlijks Peilingsonderzoek naar het Onderzoeksniveau [JPON]) (Hemker & Van Weerden, 2014), ontwikkeld naar aanleiding van de kwaliteitsagenda 'Scholen voor morgen' (Ministerie van OCW, 2007). Deze meting verschilt onder andere van het PPON in instrumentgebruik, maar houdt dezelfde drie subdomeinen aan als in de PPON-analyse. In vergelijking met 2008, het startjaar, zijn de rekenvaardigheden in 2014 significant verbeterd op alle subdomeinen (Hemker & Van Weerden, 2014). Hoewel er een lichte daling in resultaten heeft plaatsgevonden tussen 2012 en 2013, die aangeeft dat de rekenvaardigheden geen constant positieve koers aanhouden, zijn de resultaten van 2014 nagenoeg gelijk aan die van 2013. De resultaten lijken gestabiliseerd te zijn. Echter, evenals in de PPON-analyse blijkt uit dit onderzoek dat de leerlingprestaties in 2014 op het subdomein Getallen en bewerkingen minder verbeterd zijn ten opzichte van 2008 dan de prestaties op de andere twee domeinen.

Geconcludeerd kan worden dat Nederland het internationaal gezien goed doet op rekengebied, ondanks de lichte daling in resultaten ten opzichte van eerdere metingen. Binnen Nederland zijn de prestaties echter wisselend. Ten opzichte van een aantal prestaties dat gestegen of gelijk gebleven is, gaan leerlingen achteruit op het gebied van Getallen en bewerkingen. De overheid maakt zich vooral zorgen om de basisvaardigheden van leerlingen op het gebied van taal en rekenen (Dekker & Bussemaker, 2014; Dijkma, 2008; Ministerie van AZ, 2007). Er wordt geredeneerd dat deze prestatiedaling logisch te verklaren zou zijn uit de hervorming van het rekenonderwijs (Van den Heuvel-Panhuizen, 2009). Daarmee werd namelijk de aandacht verschoven van de basisvaardigheden naar het rekenen op basis van inzicht (Cito, 2013; De Bruin, 2009). De prestaties op de onderwerpen waar meer tijd aan wordt besteed zouden daarom gestegen zijn, terwijl de prestaties op basisvaardigheden, waar minder tijd aan wordt besteed, zijn gedaald.

Hervorming van het rekenonderwijs.

Traditioneel rekenen. Het rekenonderwijs werd ongeveer tot de jaren '80 van de vorige eeuw vormgegeven aan de hand van de traditionele didactiek (Freudenthalinstituut, n.d.; Van den Heuvel-Panhuizen, 2009). Bij traditioneel rekenen wordt er door de leerkracht één algoritme aangeleerd aan de leerlingen om bepaalde typen opgaven op te lossen (Van de Craats, 2007). Een algoritme is een vaststaande werkwijze, vaak opgedeeld in stappen, om een probleem op te lossen (Keijzer, Lek, Lit, Oonk, & Van Waveren Hogervorst, 2011). Het

rekenen met een traditioneel algoritme wordt ook wel cijferen genoemd, waarbij met losse cijfers wordt gewerkt. De leerlingen oefenen dit algoritme tot ze het beheersen (Van de Craats, 2007). Begrip en inzicht zouden moeten komen met het herhaaldelijk uitvoeren van dezelfde procedures, waarbij contexten enkel afleidend werken (KNAW, 2009). Rekenopgaven worden daarom vaak kaal aangeboden; contexten worden pas ingezet wanneer het algoritme al wordt beheerst.

Realistisch rekenen. Vanaf 1984 werd het traditioneel rekenonderwijs hervormd tot het realistisch rekenonderwijs, omdat leerlingen te weinig inzicht zouden hebben in getallen en getalrelaties (Cito, 2013). Er diende daarom minder aandacht te komen voor cijferend rekenen en meer voor getalinzicht. Dit was in overeenstemming met verschillende opiniepeilingen eind jaren '80 (Cadot & Vroegindeweyj; Ahlers, zoals geciteerd in Freudenthalinstituut, n.d.; zie ook Van den Heuvel-Panhuizen, 2009). Eenzelfde beweging, 'mathematics education reform' genoemd, was ook wereldwijd gaande (Brown, 2011; Kilpatrick, Swafford, & Findell, 2001; Kroesbergen, Luit, & Maas, 2004; van den Heuvel-Panhuizen, 2010). In Engeland werd het cijferend delen zelfs afgeschaft (zie Van den Heuvel-Panhuizen, 2009). In plaats daarvan kwam er meer aandacht voor het hoofd- en schattend rekenen (Cito, 2013). Bij hoofdrekenen kan onderscheid gemaakt worden tussen rekenen uit het hoofd, waarbij geen notities worden gemaakt, en rekenen met het hoofd, waarbij notities zijn toegestaan (Veltman & Van den Heuvel-Panhuizen, 2010). Bij rekenen met het hoofd, ook wel handig rekenen genoemd, kiezen leerlingen een oplossingsstrategie die past bij het probleem (Keijzer, Lek, et al., 2011). Daarvoor is getalinzicht nodig, evenals het flexibel kunnen rekenen met getallen. De oplossingsstrategieën waaruit leerlingen bij handig rekenen kunnen kiezen, worden in dit onderzoek getalstrategieën genoemd, om verwarring met de term hoofdrekenen te voorkomen.

Het realistisch rekenonderwijs is in Nederland vormgegeven door het Freudenthal Instituut (De Bruin, 2009) en heeft als doel om te leren hoe rekenkundige problemen uit het dagelijks leven opgelost kunnen worden (Freudenthal, 1973). In plaats van kale opgaven wordt uitgegaan van contexten om aan te sluiten bij de belevingswereld van leerlingen. Interactie en reflectie staan centraal, zodat leerlingen leren van elkaars voorbeelden en strategieën (Treffers, 1987). Dat draagt bij aan de ontwikkeling van een breder scala aan oplossingsstrategieën om in meer situaties te kunnen toepassen.

Discussiepunten. Over welk van de twee didactieken beter zou zijn duurt de discussie nog steeds voort. Ondanks de bewuste keuze om de nadruk op realistische vaardigheden te leggen, zou er nu te weinig aandacht worden besteed aan het oefenen en onderhouden van de

basisvaardigheden (KNAW, 2009). De daling van prestaties in de basisvaardigheden is namelijk groter dan verwacht. Dit zou gedeeltelijk verklaard kunnen worden door het veranderende notatiegedrag van leerlingen (Hickendorff, Heiser, van Putten, & Verhelst, 2009; Van Putten & Hickendorff, 2009): Bij gebruik van realistische rekenstrategieën neigen leerlingen minder op te schrijven, waarmee de kans op fouten toeneemt. Van de Craats (2007), voorstander van het traditionele rekenonderwijs, vindt bovendien dat de vrije strategiekeuze binnen het realistisch rekenonderwijs niet effectief is omdat kinderen behoefte hebben aan houvast. Het standaardalgoritme zou tegemoetkomen aan die behoefte (De Bruin, 2009). Daarnaast kan de drukke presentatie van de realistische rekenboeken, door de toevoeging van contexten en afbeeldingen, afleidend werken. Met voorgenoemde argumenten hebben vertegenwoordigers van Beter Onderwijs Nederland (BON) onlangs nog een brief aan de Tweede Kamer gestuurd waarin wordt gepleit voor afschaffing van het realistische rekenonderwijs (Verhoef, Verbrugge, Bergen, & Den Heijer, 2015).

Voorstander en medevormgever van het realistisch rekenonderwijs, Treffers (2007), is juist van mening dat het standaardalgoritme niet automatisch leidt tot inzicht, waardoor leerlingen fouten kunnen maken en geen oog hebben voor efficiëntere manieren om een opgave op te lossen (KNAW, 2009). Deze bevindingen worden ondersteund door onderzoek naar de accuratesse van rekenstrategieën: Het steeds herhalen van dezelfde strategie leidde niet automatisch tot succes (Anghileri, Beishuizen, & van Putten, 2002; Redelijkheid, 2013; Teule-Sensacq & Vinrich, 1982). Een meer interactieve didactiek was daarentegen succesvoller. Aansluitend zouden de betekenisvolle contexten leiden tot begrip en tot de bredere toepasbaarheid van rekenstrategieën (Treffers, 1987).

Hoewel consensus nog niet is bereikt, ziet men wel steeds meer de voordelen in van een combinatie van de realistische en traditionele didactiek. Voorstanders van de traditionele didactiek geven toe dat contexten een verrijking van het rekenonderwijs zouden kunnen zijn, terwijl aanhangers van de realistische didactiek het belang van oefening benadrukken (Ros, 2009). In verschillende studies wordt eveneens aangegeven dat een combinatie van de twee didactieken tot de beste resultaten zou leiden (Groot, Kruijf, & Mierlo, 2010; Wei & Dzung, 2014).

Rekenmethoden in beweging. Met de hervorming van het rekenonderwijs zijn ook de rekenmethoden veranderd (Janssen, Van der Schoot, & Hemker, 2005; Janssen, Van der Schoot, Hemker, & Verhelst, 1999). In 1992 was 37% van de rekenmethoden realistisch, terwijl tien jaar later, na de invoering van de euro, alle rekenmethoden realistisch waren (Janssen et al., 2005). Deze ontwikkeling was sterk verbonden met de aangepaste kerndoelen

in 1998, die een aanbodverplichting voor scholen stellen (Besluit kerndoelen basisonderwijs 1998), waarin veel ‘realistische’ vaardigheden, zoals schatten en hoofdrekenen, zijn opgenomen (KNAW, 2009).

Met de verandering van de rekenmethoden was echter niet direct het hele rekenonderwijs realistisch van aard; de insteek van leerkrachten speelt een grote rol (KNAW, 2009). Ook verschillen de methoden onderling in de wijze waarop het realistisch rekenen wordt aangeboden. De verscheidenheid in methoden neemt zelfs steeds meer toe. In lijn met de kritiekpunten op het realistisch rekenonderwijs is rond 2010 een nieuwe rekenmethode uitgegeven met een meer traditionele inslag: Reken Zeker (Heutink, n.d.; Molema, 2010; Stichting Goed Rekenonderwijs, n.d.). In deze methode staan eenduidig strategiegebruik en meer oefening centraal. Bovendien worden er veelvuldig kale opgaven aangeboden. Echter, ondanks de meer traditionele didactiek die in deze methode wordt gehanteerd, voldoet de methode aan de kerndoelen, waarin het realistische hoofd- en schattend rekenen evengoed aanwezig zijn. Puur traditionele rekenmethoden zullen daardoor niet meer passen in het huidige rekenonderwijs.

Van kerndoel naar referentieniveau.

Kerndoelen. De kerndoelen, ontworpen in 1993, vormen wettelijke kaders voor wat er in het basisonderwijs aangeboden dient te worden, waarbinnen onderwijsinstellingen zelf de invulling mogen bepalen (Besluit kerndoelen basisonderwijs, 1993). Door de jaren heen is het aantal kerndoelen teruggebracht van 122 kerndoelen in 1993 naar 58 in 2006, ter bevordering van de keuzevrijheid van scholen, waarvan er elf betrekking hebben op rekenen (Ministerie van OCW, 2006). Ter concretisering van de kerndoelen zijn er tussendoelen en leerlijnen geformuleerd door het project Tussendoelen & Leerlijnen (TULE) van het SLO (nationaal expertisecentrum leerplanontwikkeling (SLO), 2009), die een beeld geven van de manier waarop de kerndoelen over de acht onderwijsjaren bereikt zouden kunnen worden. Samen vormen ze de basis voor het vaststellen van het onderwijsaanbod (Keijzer, Lek, et al., 2011). Scholen zijn echter vrij om hun eigen overwegingen te betrekken bij de vorming van het curriculum.

Referentieniveaus. Een tekortkoming van de kerndoelen is dat ze voornamelijk het onderwijsaanbod beschrijven. Van de leerkracht wordt een inspanningsverplichting geëist, maar er ligt niet vast welke kennis en vaardigheden leerlingen zich eigen dienen te maken. De speciaal daarvoor opgerichte Commissie Meijerink (oorspronkelijk Expertgroep Doorlopende Leerlijnen) is daarom gevraagd referentieniveaus te formuleren waarin de opbrengstverplichting wordt beschreven voor scholen op het gebied van taal en rekenen

(Commissie Meijerink, 2008b). Het doel van de referentieniveaus is om de kwaliteit van het onderwijs op het gebied van taal en rekenen en de overgang tussen de verschillende onderwijsniveaus op deze gebieden te verbeteren (Commissie Meijerink, 2008b; Ministerie van OCW, 2011). De referentieniveaus vormen samen één doorlopende leerlijn.

De referentieniveaus kunnen worden opgesplitst in fundamenteel niveau (F) en streefniveau (S). Voor het einde van de basisschool (12 jaar) wordt fundamenteel niveau 1 (1F) als minimum gesteld (Commissie Meijerink, 2008b). Het streefniveau dient als uitdaging voor de sterkere leerlingen. Met ingang van de wet referentieniveaus Nederlandse taal en rekenen, in april 2010, dienen scholen aan deze opbrengstverplichting te voldoen (*Wet referentieniveaus Nederlandse taal en rekenen*, 2010). De tussendoelen en leerlijnen zijn hieraan aangepast (Van Bijsterveldt-Vliegenthart, 2011).

De bewerking delen

In dit onderzoek ligt de focus op de leerlijn van de bewerking delen in de bovenbouw van het basisonderwijs, omdat delen opvalt in vergelijking met de drie andere bewerkingen. Zo bleek uit de nationale onderzoeken die eerder in dit artikel zijn beschreven dat het leerlingen vooral tekortschiet aan basisvaardigheden in rekenen, met name bij de bewerkingen vermenigvuldigen en delen (Cito, 2013; Hemker & Van Weerden, 2014). Aangezien deze grote achteruitgang in prestaties slechts deels verklaard zou kunnen worden door de mate waarin en manier waarop leerlingen hun antwoorden noteren (Hickendorff et al., 2009; Van Putten & Hickendorff, 2009), is het interessant om meer aandacht te besteden aan de negatieve ontwikkeling van de leerlingprestaties bij een van deze bewerkingen.

Belangwekkend bij de bewerking delen is dat de cijferstrategie, bij delen de cijferende staartdeling, niet meer het standaard algoritme is (Veltman & Van den Heuvel-Panhuizen, 2010). Hoewel met de komst van het realistisch rekenonderwijs de nadruk voor alle bewerkingen op handig rekenen is komen te liggen, zijn de cijferstrategieën bij optellen, aftrekken en vermenigvuldigen wel behouden gebleven. Het feit dat dit bij delen niet meer het geval is, heeft tot een grote discussie geleid. De kritiek op de staartdeling is dat het aanleren ervan veel tijd kost en geen goede resultaten oplevert (Van den Heuvel-Panhuizen, 2009). Leerlingen begrijpen niet wat ze doen, maar voeren een trucje uit (Hickendorff, Van Putten, Verhelst, & Heiser, 2010). De oppositie beargumenteert juist dat de nieuwe manier, het kolomsgewijs delen, omslachtig is (De Bruin, 2009). Bovendien zou de nadruk die gelegd wordt op handig rekenen in het realistisch rekenonderwijs kunnen leiden tot het te veel gebruiken van deze strategieën, ook wanneer dit niet handig is (Hickendorff et al., 2010). Al met al maakt dat delen tot een interessant onderwerp om nader te onderzoeken.

Opbouw van de leerlijn delen. Binnen de realistische visie op het rekenonderwijs wordt het verloop van de leerlijn delen getypeerd door de overgang van context- naar kale opgaven, via drie niveaus. Op het informele, concrete niveau wordt gebruik gemaakt van een context, concrete situaties en/of materialen (Keijzer, Lek, et al., 2011; Veltman & Van den Heuvel-Panhuizen, 2010) om betekenis te geven aan het probleem. Op structurerend niveau wordt gebruik gemaakt van een schematische voorstelling of model van een situatie (Keijzer, Lek, et al., 2011). Op het formele niveau wordt er gerekend zonder gebruik te maken van een context of model. Leerlingen zullen leren zelf situaties te bedenken wanneer meer deelopgaven kaal worden aangeboden (Veltman & Van den Heuvel-Panhuizen, 2010).

Voor de bewerking delen is het gewenst dat leerlingen kunnen vermenigvuldigen op structurerend niveau (Keijzer, Lek, et al., 2011). Aangezien leerlingen dit niveau in groep 5 behalen, wordt vaak eind groep 4 begonnen met het uitleggen van het begrip delen, aan de hand van het verdelen of opdelen van objecten. In groep 5 kan dan de overstap gemaakt worden naar delen op schematisch niveau.

Een deelopgave (bijvoorbeeld $26 : 6 =$) bestaat uit een deeltal (het getal dat wordt gedeeld, in dit voorbeeld 26) en uit een deler (het getal waardoor wordt gedeeld, in dit voorbeeld 6). De uitkomst van een deelopgave wordt het quotiënt genoemd. In dit onderzoek wordt aandacht besteed aan complexe deelopgaven, die uit minimaal twee cijfers bestaan (inclusief decimalen) en geen deeltafels zijn. De deeltafels zijn equivalent aan de vermenigvuldigtafels t/m 10, maar dan omgekeerd ($8 \times 9 = 72$, $72 : 9 = 8$). In de Methode worden meer randvoorwaarden genoemd waaraan de te analyseren rekenopgaven dienen te voldoen.

Deelstrategieën. Om rekenproblemen op te lossen kan gebruik gemaakt worden van verschillende strategieën. Een strategie is een gekozen aanpak of plan waarmee doelgericht een rekenprobleem kan worden opgelost (Keijzer, Lek, et al., 2011). Binnen de leerlijn delen zijn drie hoofdstrategieën te onderscheiden: getalstrategieën, kolomsgewijs delen en cijferen.

Getalstrategieën. Bij getalstrategieën wordt gewerkt met getallen die hun waarde behouden; de decimaal positionele waarde van het getal blijft van kracht tijdens het rekenen (Veltman & Van den Heuvel-Panhuizen, 2010). Binnen de getalstrategieën zijn drie substrategieën te onderscheiden, die van toepassing zijn op alle rekenbewerkingen: rijgen, splitsen en varia (Figuur 2) (Veltman & Van den Heuvel-Panhuizen, 2010). In tegenstelling tot de andere bewerkingen hebben de drie getalstrategieën binnen het deelonderwijs geen duidelijke volgorde waarin ze worden aangeleerd.

a. Herhaald aftrekken

 $84:7 =$
 $84 - 7 = 77$ (1 keer)
 $77 - 7 = 70$ (2 keer)
 $70 - 7 = 63$ (3 keer)
 ...
 $7 - 7 = 0$ (12 keer)
 Dus $84:7 = 12$

b. Splitsen

 $133:7 =$
 $70:7 = 10$
 $63:7 = 9$
 $10 + 9 = 19$
 Dus $133:7 = 19$

c. Opvermenigvuldigen

 $84:7 =$
 $10 \times 7 = 70$
 $11 \times 7 = 77$
 $12 \times 7 = 84$
 Dus $84:7 = 12$

d. Compenseren

 $133:7 =$
 $140:7 = 20$
 $7:7 = 1$
 $20 - 1 = 19$
 Dus $133:7 = 19$

e. Transformeren

 $128:4 =$
 $64:2 =$
 $32:1 = 32$
 Dus $128:4 = 32$

f. Kolomsgewijs delen

 $736:32 =$

640	20x
96	
96	3x
0	23x

g. met rest

 $431:12 =$

360	30 x 12
71	
60	5 x 12
11	

35 x 12 rest 11

h. met kommagetal

 $431:12 =$

360	30 x 12
71	
60	5 x 12
11	
10,8	0,9 x 12
0,2	
0,12	0,01 x 12
0,08	

35,91 x 12 = 431

i. Staartdeling

 $32 \overline{) 736 \setminus 23}$

64	:
96	
96	
0	

Figuur 2. Strategieën bij de bewerking delen (Hickendorff et al., 2010; Van de Craats, 2007; Veltman & Van den Heuvel-Panhuizen, 2010)

Bij de getalstrategie rijgen blijft het eerste getal als geheel intact en wordt het tweede getal er in gedeeltes bijgevoegd of afgehaald. Specifiek voor de bewerking delen wordt rijgend rekenen ook wel herhaald aftrekken genoemd, waarbij de deler herhaaldelijk van het deeltal wordt afgetrokken (Figuur 2a). Het aantal keer dat de deler van het deeltal afgetrokken kan worden, vormt het quotiënt. Herhaald aftrekken vormt de basis voor het delen.

Bij de getalstrategie splitsen wordt er gekeken naar de decimale positie van een getal, waarna alle getallen met eenzelfde positie bij elkaar worden gevoegd of van elkaar af worden gehaald. De quotiënten van die afzonderlijke opgaven worden weer bij elkaar gevoegd om tot het eindantwoord te komen. Bij splitsen binnen de bewerking delen wordt het deeltal opgesplitst in twee kleinere deeltallen, die beiden worden gedeeld door de deler (Figuur 2b).

De laatste substrategie is gevarieerd rekenen, die weer in drie manieren te verdelen valt (Veltman & Van den Heuvel-Panhuizen, 2010). Voor de bewerking delen zijn dat de drie variastrategieën opvermenigvuldigen, compenseren en transformeren (Figuur 2). Bij opvermenigvuldigen wordt er aan de hand van de vermenigvuldigtafels toegewerkt naar het verkrijgen van het deeltal (Figuur 2c). Bij compenseren wordt er een rond getal gemaakt van het deeltal, om de opgave gemakkelijker te kunnen oplossen, waarna er gecompenseerd moet worden voor de hoeveelheid die erbij is gedaan of eraf is gehaald (Figuur 2d). De laatste variastrategie binnen de bewerking delen is transformeren, waarbij zowel het deeltal als de deler worden getransformeerd (door middel van verdubbelen, halveren, het

vermenigvuldigen/delen met een factor 10, et cetera) waarmee het quotiënt gelijk blijft (Figuur 2e). Aangezien de variastrategieën meer inzicht vereisen, hoeven niet alle leerlingen zich deze strategieën eigen te maken (Veltman & Van den Heuvel-Panhuizen, 2010).

Een belangrijk begrip bij delen is de ‘rest’: Wanneer aan het einde van een deling een getal overblijft kleiner dan de deler, zal het quotiënt geen rond getal zijn. Het overgebleven deeltal kan genoteerd worden als rest (Figuur 2g), of er kan voor gekozen worden het deeltal nog verder op te delen, waarmee het quotiënt een kommagetal wordt (Figuur 2h). De rest dient betekenis te krijgen aan de hand van contexten, al naargelang de uitkomst kan verschillen.

Kolomsgewijs delen. Kolomsgewijs rekenen is de strategie die bij de andere drie bewerkingen de overgang vormt van de informele getalstrategieën naar het formele cijferen (Keijzer, Lek, et al., 2011). Daarbij wordt er van links naar rechts gewerkt, van groot naar klein, en blijven de getalwaarden behouden (Keijzer, Lek, et al., 2011; Veltman & Van den Heuvel-Panhuizen, 2010). Dit bevordert het behoud van inzicht bij de leerlingen, ook wanneer de procedure wordt verkort. Bij delen is de kolomsgewijze strategie, het kolomsgewijs delen (Figuur 2f), echter de plaatsvervanger geworden van het cijferalgoritme (de staartdeling) (Keijzer, Lek, et al., 2011; SLO, n.d.-b; Van de Craats, 2007). In tegenstelling tot het kolomsgewijs rekenen bij de andere bewerkingen wordt hierbij van rechts naar links gewerkt (Keijzer, Lek, et al., 2011).

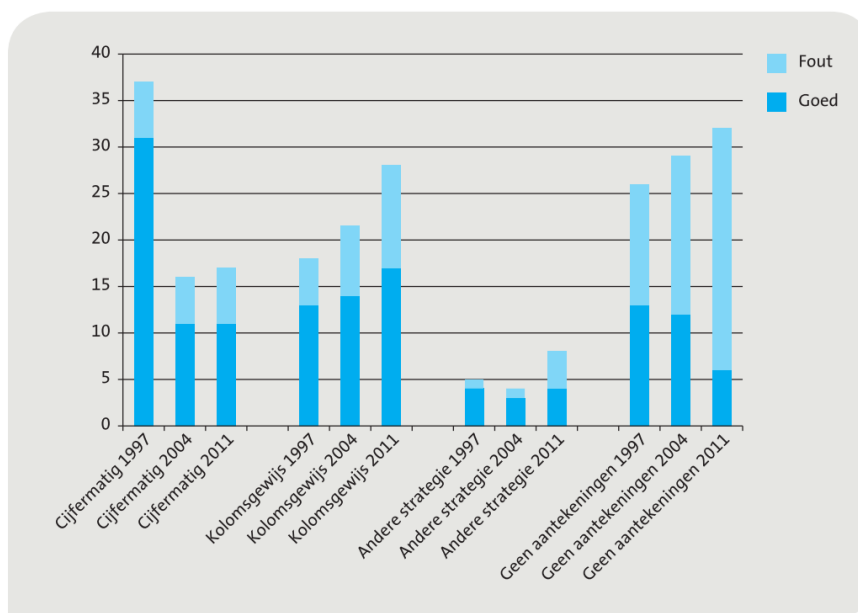
Kolomsgewijs delen is gebaseerd op de getalstrategie herhaald aftrekken en is ontwikkeld omdat de traditionele deelstrategie te veel tijd in beslag nam en overbodig werd vanwege de komst van computers en rekenmachines (Treffers, 1987). Het kolomsgewijs delen wordt bereikt door het steeds meer verkorten en schematiseren van het herhaald aftrekken (Treffers, 1987). Het verkorten gebeurt door zo groot mogelijke veelvouden van 10 (ook wel ‘happen’ genoemd) te nemen. Welke happen het best genomen kunnen worden is gebaseerd op het opvermenigvuldigen (Veltman & Van den Heuvel-Panhuizen, 2010), waarbij gebruik van een hulptabel is toegestaan. Hierin kunnen verschillende veelvouden van de deler worden genoteerd, die behulpzaam kunnen zijn bij het kiezen van een passende hap.

In het beginstadium, wanneer leerlingen kennismaken met deelopgaven, zullen ze veel stappen (van kleine happen) maken om tot het antwoord te komen (Treffers, 1987). De deelopgave heeft dan een ‘lange staart’. Naarmate leerlingen bekwaamer worden in het oplossen van deelopgaven kunnen ze komen tot een meer verkorte en schematische oplossing, waarbij (weinig) grote happen worden genomen (één hap van een honderdtal, één hap van een tiental en één hap van een eenheid). Daarbij is van belang dat niet alle leerlingen de meest

verkorte en schematische versie hoeven te beheersen, zodat iedereen op zijn of haar eigen niveau kan werken (Treffers, 1987).

Cijferen. Bij cijferen, de traditionele rekenstrategie, wordt er gerekend volgens een algoritme (Keijzer, Lek, et al., 2011), waarbij de cijfers los worden gezien van hun decimale positie (Veltman & Van den Heuvel-Panhuizen, 2010). In tegenstelling tot de andere bewerkingen wordt bij het cijferend delen, de staartdeling, van groot naar klein gerekend (Veltman & Van den Heuvel-Panhuizen, 2010), waarbij de stapsgewijze delingen die worden gemaakt altijd zo groot mogelijk dienen te zijn (Figuur 2i) (Hickendorff et al., 2010). Door die stapsgewijze, cijferende aanpak is het cijferalgoritme vooral bij opgaven met grote getallen of kommagetallen efficiënter dan getalstrategieën (Veltman & Van den Heuvel-Panhuizen, 2010). Het verschil tussen de staartdeling en het kolomsgewijs delen is dat de leerlingen bij kolomsgewijs delen de happen naast de kolom noteren en uiteindelijk optellen, terwijl bij de staartdeling het antwoord direct zonder tussenstappen (happen) wordt genoteerd. Bovendien worden bij kolomsgewijs delen de tussenantwoorden als heel getal genoteerd, waar bij de staartdeling de nullen worden weggelaten.

Ontwikkelingen in strategiegebruik. Niet alleen de leerlingprestaties maar ook het strategiegebruik van leerlingen is veranderd met de hervorming van het rekenonderwijs. Zoals eerder genoemd is het gebruik van de staartdeling zeer afgenomen, in ieder geval tot 2004 (Figuur 3) (Hickendorff et al., 2010; Hickendorff, 2013; Redelijkheid, 2013; Van Putten & Hickendorff, 2009). Deze ontwikkeling gaat logisch samen met de enorme toename in



Figuur 3. Strategiegebruik voor Delen van leerlingen en het aandeel goede en foute antwoorden over de periode 1997-2011 (Cito, 2013)

realistische rekenmethoden (Janssen et al., 2005). Desalniettemin komt de staartdeling weer langzaam terug in het basisonderwijs (Cito, 2013), op initiatief van de leerkracht of gebaseerd op de nieuwere rekenmethoden (Scheltens, Hemker, & Vermeulen, 2013), vaak als verdere verkorting van het kolomsgewijs delen voor de sterke rekenaars.

Het is opvallend dat het gebruik van het kolomsgewijs delen in de periode 1997-2004 niet evenredig toenam met de afname van het gebruik van de staartdeling (Cito, 2013; Van Putten & Hickendorff, 2009). Leerlingen zijn in plaats daarvan veelvuldig overgestapt op oplossingen zonder de berekening te noteren, ook wel ‘zonder uitwerking’. Vooral aan het begin van de bovenbouw (groep 5) schrijven leerlingen minder vaak berekeningen op (Redelijkheid, 2013). Leerlingen in de groepen 5 en 6 maakten voor het oplossen van rekenproblemen vooral gebruik van getalstrategieën om rekenopgaven op te lossen (Redelijkheid, 2013). In de hogere groepen (groep 7 en 8) gebruikten leerlingen vooral het kolomsgewijs delen en alleen in groep 8 gebruikten leerlingen ook de staartdeling.

Een andere opmerkelijke ontwikkeling is dat er sinds 1997 relatief steeds meer fouten worden gemaakt in de opgaven (Cito, 2013). In 2011 worden in verhouding de meeste fouten gemaakt bij oplossingen zonder uitwerking en de minste fouten bij het cijfermatig oplossen. Uit onderzoek onder leerlingen in groep 8 blijkt dat er ongeveer evenveel fouten worden gemaakt bij de staartdeling als bij kolomsgewijs delen (Hickendorff, 2013). Dit in tegenstelling tot de andere bewerkingen waarbij cijferen minder foutgevoelig is dan kolomsgewijs rekenen (Rademakers, Van Putten, Beishuizen, & Janssen, 2004; Torbeyns & Verschaffel, 2013; Van Putten & Hickendorff, 2009). Bij delen worden echter twee keer zoveel fouten gemaakt wanneer geen berekening wordt genoteerd als wanneer de staartdeling wordt gebruikt (Hickendorff, 2013).

Kerdoelen en referentieniveaus delen. De twee kerndoelen rekenen/wiskunde die betrekking hebben op de bewerking delen zijn de kerndoelen 29 en 30 (*Besluit vernieuwde kerndoelen WPO*, 2005). ‘*Kerdoel 29: De leerlingen leren handig optellen, aftrekken, vermenigvuldigen en delen.*’ In de leerlijn delen gaat het bijvoorbeeld om de strategieën verdelen, compenseren, het gebruiken van een analogie en het omvormen van de opgave (SLO, n.d.-a). Deze strategieën worden geoefend met zowel kale als contextopgaven, waarbij de contexten geld en tijd veel worden gebruikt. In de hogere groepen bestaan de opgaven uit grotere getallen en kommagetallen waarop de strategieën toegepast dienen te worden. ‘*Kerdoel 30: De leerlingen leren schriftelijk optellen, aftrekken, vermenigvuldigen en delen volgens meer of minder verkorte standaardprocedures.*’ In groep 5 en 6 maken de leerlingen kennis met het herhaald aftrekken (SLO, n.d.-b). In groep 7 en 8 leren de leerlingen om deze

procedure te verkorten door het nemen van zo groot mogelijke ‘happen’. Hoewel de formele cijferprocedure (de staartdeling) sinds kort weer op scholen wordt aangeboden, komt deze strategie binnen de leerlijn van het SLO niet meer aan bod.

In het kader van de referentieniveaus dienen leerlingen zich voor delen op zowel niveau 1F als op niveau 1S bepaalde kennis en vaardigheden eigen te maken (Bijlage A) (Ministerie van OCW, 2009). Het ministerie van OCW stelt dat 75% van de leerlingen niveau 1F dient te halen en 50% niveau 1S (Dekker & Bussemaker, 2014). Uit een voortgangsrapportage, gebaseerd op de Cito-scores van groep 8-leerlingen, is gebleken dat steeds meer leerlingen niveau 1F behalen aan het einde van de basisschool in vergelijking met 2008 (Dekker & Bussemaker, 2014). Voor het domein Getallen en Bewerkingen behaalde 76% van de leerlingen dit niveau in 2013.

Huidig onderzoek

In het Nederlands reken-wiskundeonderwijs worden rekenmethoden door leerkrachten gebruikt als leidraad voor het onderwijsprogramma (Cito, 2011, 2013). Het is belangrijk om zicht te hebben op wat er in een rekenmethode wordt aangeboden ter evaluatie van het onderwijsprogramma. Vooral in combinatie met de analyse van leerlingprestaties en strategiegebruik kan de effectiviteit en efficiëntie van het rekenonderwijs worden bepaald en verbeterd. Zo bleek uit eerder onderzoek dat de leerlingprestaties in groep 8 inderdaad verschillen naar de rekenmethode waarmee leerlingen hadden gewerkt (Scheltens et al., 2013). De methode De wereld in getallen (WiG) leidde over het algemeen tot significant betere resultaten dan de methoden Pluspunt, Rekenrijk en Alles telt. Dat geldt ook specifiek voor de bewerking delen. Hoewel in eerder onderzoek beide realistische rekenmethoden, Pluspunt en WiG, nog tamelijk vergelijkbaar scoorden (Janssen et al., 1999), staken de leerlingresultaten van WiG er in het onderzoek van 2011 met kop en schouders bovenuit (Scheltens et al., 2013). Een interessante vraag om te onderzoeken zou zijn welk onderwijsaanbod ten grondslag ligt aan deze leerlingprestaties. En hoe verschillen de rekenmethoden in aanbod?

Eerder heeft al wel onderzoek plaatsgevonden naar het aanbod in rekenmethoden, waarvan enkele in combinatie met leerlingprestaties (Doabler, Fien, Nelson-Walker, & Baker, 2012; Lockheed, Vail, & Fuller, 1986; Molema, 2010; Van Zanten & Van de Heuvel-Panhuizen, 2014; Van Zanten & Van den Heuvel-Panhuizen, 2013). Geen van die onderzoeken heeft zich daarbij echter gericht op de leerlijn van de bewerking delen in de bovenbouw van het basisonderwijs in Nederland¹. Het doel van dit onderzoek is om dat hiaat

¹ In twee gelijksoortige onderzoeken verbonden aan het huidige onderzoeksproject worden de leerlijnen voor de bewerkingen aftrekken en vermenigvuldigen in kaart gebracht. Bij aftrekken gaat het eveneens om een

op te vullen door de leerlijn delen in kaart te brengen voor twee realistische rekenmethoden, Pluspunt en WiG, en deze onderling te vergelijken. Bij het in kaart brengen van de leerlijn is er aandacht voor de verschillende deelstrategieën, die geanalyseerd worden aan de hand van de aspecten kwantiteit, vorm, getalsoorten en plaats van de deelopgaven. De keuze voor deze twee rekenmethoden komt voort uit het doel om dit onderzoek aan te laten sluiten bij een overkoepelend onderzoek naar rekenstrategieën van Nederlandse en Vlaamse basisschoolleerlingen. Op de Nederlandse scholen in dit onderzoek werd één van deze twee rekenmethoden gebruikt. Een belangrijke reden is tevens dat Pluspunt en WiG samen ongeveer drie kwart van de Nederlandse rekenmethodemarkt innemen (Cito, 2011). Het in kaart brengen van deze leerlijnen zal inzicht bieden in het curriculum dat een groot deel van de leerlingen in Nederland aangeboden krijgt. In combinatie met het strategiegebruik en de rekenprestaties van leerlingen kunnen uitspraken gedaan worden over de effectiviteit en efficiëntie van het rekenonderwijs, waarmee dit onderzoek bijdraagt aan de evaluatie van het Nederlands rekenonderwijs.

Rekenmethoden.

Pluspunt. De rekenmethode Pluspunt (versie 3, 2009) is een realistische rekenmethode, die door de uitgever, Malmberg, wordt beschreven als duidelijk, overzichtelijk en praktisch. Dat wordt bereikt door de vaste opbouw van de methode (Malmberg, 2015b). Pluspunt voldoet aan alle kerndoelen en volgt de referentieniveaus bij de opbouw van de methode. Dit komt terug in de drie differentiatieniveaus die worden toegepast, waarbij de meerderheid van de leerlingen op gemiddeld niveau werkt (**, twee-ster), een deel van de leerlingen onder dit niveau (*, een-ster) en een deel van de leerlingen boven dit niveau (***, drie-ster). Vanaf groep 7 zijn deze niveaus gekoppeld aan de referentieniveaus, waarbij *-leerlingen op niveau 1F werken, **-leerlingen op niveau 1S en ***-leerlingen boven niveau 1S.

De wereld in getallen. De methode WiG (versie 4, 2009) is een methode die de realistische rekenstroming onderschrijft. De uitgever, tevens Malmberg, beschrijft de methode als gemakkelijk in gebruik, waar leerlingen goed mee leren rekenen, wat onder andere blijkt uit het PPON-onderzoek uit 2013 (Malmberg, 2015a). WiG voldoet volledig aan de referentieniveaus, wat eveneens naar voren komt in de differentiatieniveaus, zoals genoemd bij Pluspunt, die vanaf groep 7 gelijk staan aan de referentieniveaus.

Onderwijsaanbod.

Oplossingsstrategieën. Binnen het onderzoek zal er aandacht zijn voor de drie eerder genoemde hoofdstrategieën (getalstrategieën, kolomsgewijs delen en cijferen) en voor een vierde (variabel en flexibel strategiegebruik) en vijfde (Kolomsgewijs/Cijferen) hoofdstrategie. Leerlingen hebben een vrije strategiekeuze wanneer de methode niet op één specifieke strategie aanstuurt. Hierbij wordt onderscheid gemaakt tussen een geheel vrije keuze en handig rekenen, waarbij leerlingen een oplossingsstrategie dienen te kiezen aan de hand van de specifieke eigenschappen van de getallen in het rekenprobleem, de getalrelaties onderling en de eigenschappen van de bewerkingen (Keijzer et al., 2011). De opgaven waarbij leerlingen mogen kiezen tussen de twee strategieën kolomsgewijs delen en cijferen, worden gecategoriseerd als Kolomsgewijs/Cijferen.

Vorm. Waar bij het traditioneel rekenonderwijs opgaven vaak in kale vorm werden aangeboden, op formeel niveau, ligt de nadruk bij het realistische rekenonderwijs meer op contexten, op het informele en schematische niveau (Hickendorff, 2013). Een context is een betekenisvolle situatie die ondersteuning biedt bij het uitvoeren van oplossingsstrategieën van een rekenkundig probleem (Treffers, 1987). Contextopgaven omvatten zowel redactieopgaven (ook wel verhaaltjessommen), als opgaven met een afbeelding die informatie geeft voor het oplossen van de opgave (Hickendorff, 2013). Uit onderzoek is gebleken dat de presentatie van een opgave invloed kan hebben op leerlingprestaties en de mate waarin wordt geleerd van het oplossen van de opgave (Koedinger & Nathan, 2004). Dit is afhankelijk van de moeilijkheid van de opgave en de mate waarin bepaalde oplossingsstrategieën worden uitgelokt. Omdat leerlingen vermenigvuldigen en delen moeilijker vinden dan de andere twee bewerkingen, worden deze opgaven vaker aangeboden in een context (Keijzer, Lek, et al., 2011). Ze bieden leerlingen meer inzicht in de opgave.

Getalsoorten. Binnen dit onderzoek worden enkel complexe deelopgaven geanalyseerd: zogenaamde meercijferige deelopgaven, waarbij de deler en/of het quotiënt meercijferig is/zijn (Bijlage B). In dit onderzoek worden meercijferige opgaven verder uitgesplitst naar opgaven met kommagetallen (waarin deeltal en/of deler een kommagetal is/zijn), opgaven met rest en opgaven waarvan het quotiënt een kommagetal is (de deeltal en de deler dienen dan meercijferig te zijn).

Onderzoeksvraag. De volgende hoofdvraag staat in dit onderzoek centraal:
In welke mate verschilt de leerlijn delen in de realistische rekenmethode WiG 4 van de leerlijn delen in de realistische rekenmethode Pluspunt 3 in de bovenbouw van het basisonderwijs?

Daarbij horen de volgende deelvragen:

In welke mate verschillen Pluspunt en WiG in hoeveelheid deelopgaven?

In welke mate verschillen Pluspunt en WiG in hoeveelheid deeltafels?

Wat is de inhoud en opbouw van de leerlijn delen in Pluspunt?

Wat is de inhoud en opbouw van de leerlijn delen in WiG?

Hoe verschilt de leerlijn delen naar differentiatieniveau binnen de twee rekenmethoden?

Wat is de plaats en opbouw van getalstrategieën in de leerlijn delen?

Wat is de plaats en opbouw van kolomsgewijs rekenen in de leerlijn delen?

Wat is de plaats en opbouw van cijferen in de leerlijn delen?

In welke mate krijgen leerlingen de ruimte om zelf rekenstrategieën te kiezen?

Welke plaats hebben contextopgaven in de leerlijn delen?

Welke plaats hebben kale opgaven in de leerlijn delen?

In welke mate en wanneer komen verschillende getalsoorten aan bod in de leerlijn delen?

Methode

Onderzoeksmaterialen

De te onderzoeken objecten in deze studie waren de rekenmethoden WiG 4 (2009) en Pluspunt 3 (2009). Van iedere methode zijn de handleiding voor de leerkracht en de boeken voor de leerlingen (groepen 5, 6, 7 en 8) geanalyseerd. Beide methoden bieden per jaar voor 36 weken leerstof aan, verdeeld over 180 lessen.

Pluspunt bestaat per leerjaar uit een leerkrachtenmap (met een algemene handleiding, een handleiding per twee blokken en kopieerbladen), een leerlijnenboek, drie leerlingboeken (een lesboek, een opdrachtenboek en een werkboek), een toetsboek en een antwoordenboek. Er worden aanvullende materialen beschikbaar gesteld, zoals het werkboek Pluspunters, en software, onder andere voor het digibord en voor toetsing en registratie. De lessen zijn ingedeeld in blokken (met een duur van drie weken), waarbij in ieder blok 15 lessen aan bod komen, met een totaal van 12 blokken van drie weken per leerjaar. Ieder blok wordt vormgegeven vanuit een bepaald thema, aan de hand waarvan wordt gewerkt aan vier toetsdoelen en vier nieuwe doelen. De nieuwe doelen verschijnen steeds in het volgende blok als toetsdoelen, waarin ze herhaald, verder geoefend en getoetst worden. In de algemene handleiding wordt uitgelegd hoe Pluspunt werkt en hoe de methode ingezet kan worden. Met het lesboek (les 1, 3, 6, 8 en 11) worden de leerkrachtgebonden lessen gegeven. Hierin staat de interactie tussen leerkracht en leerlingen en tussen leerlingen onderling centraal. In les 1, 3, 6 en 8 wordt kennisgemaakt met een nieuw doel. Les 11 behandelt steeds een doel uit de domeinen *Meten, tijd, geld* of *Meetkunde*. Met het opdrachtenboek en werkboek (les 2, 4, 5, 7, 9 en 10) worden de zelfstandig werklessen gegeven, waarbij de leerlingen zelfstandig oefenen

met de nieuwe doelen en de toetsdoelen. Daarin worden eveneens twee (in groep 5) of drie (vanaf groep 6) bladzijden Oefenen aangeboden, waarin leerlingen kennis en vaardigheden flexibiliseren, automatiseren, memoriseren en onderhouden. In les 12 vindt de toets plaats. De overige drie lessen worden gebruikt voor remediëring, herhaling en verrijking (waarbij les 13 leerkrachtgebonden is en les 14 en 15 zelfstandig werklessen zijn).

In dit onderzoek zijn enkel de eerste 11 lessen van een blok geanalyseerd, evenals de bladzijden Oefenen. De extra beschikbaar gestelde materialen, toets- en nakijkboeken, remediëringslessen en kopieerbladen zijn buiten beschouwing gelaten omdat niet vooraf vastgesteld kan worden welke leerlingen hier in welke mate gebruik van maken.

WiG bestaat uit een leerkrachtenmap (met algemene informatie, leerkrachthandleidingen, kopieerbladen en registratieformulieren), twee leerlingboeken (een rekenboek en een werkboek), een toetsboek en een antwoordenboek. Er worden extra materialen beschikbaar gesteld, waaronder het Bijwerkboek (voor rekenzwakke leerlingen), het Pluswerkboek (voor rekensterke leerlingen) en digisoftware. De lessen zijn ingedeeld in 8 blokken, ieder met een eigen thema, van 4 of 5 weken, met 20 of 25 lessen per blok. In de laatste week van een blok vindt altijd de toets plaats, gevolgd door herhaling- en verrijkingsopgaven. WiG is gestructureerd in weken, met weektaken, waarin enkel reeds behandelde stof aan bod komt. Leerlingen werken dagelijks zelfstandig aan de weektaak. Iedere dag van de week heeft een vast onderwerp, waarbij iedere derde les een leerkrachtgebonden les is. De laatste dag van de week maken leerlingen de weektaak af.

In dit onderzoek is enkel de leerstof aangeboden in de eerste 3 of 4 weken van een blok geanalyseerd. De toets, remediëring- en verrijkingslessen, antwoordenboeken, extra materialen, digisoftware en computerprogramma's zijn buiten beschouwing gelaten, omdat niet duidelijk is welke leerlingen hiermee werken en in welke mate.

Analysemethoden

Om de leerlijn delen van de twee methoden in kaart te brengen, zijn de deelopgaven die voorkomen in de methoden geanalyseerd. Gezien de tijd en de omvang en hoeveelheid van de rekenboeken, zijn echter niet alle deelopgaven meegenomen in het onderzoek. Hiervoor is een aantal inclusie- en exclusiecriteria opgesteld die de kaders van het onderzoek aangeven (zie Bijlage B voor een compleet overzicht). Alleen de opgaven waarbij het quotiënt van twee getallen moet worden uitgerekend zijn geanalyseerd. De twee getallen moeten door de methode gegeven zijn; opgaven waarbij de leerling voortbouwt op eigen antwoorden zijn buiten beschouwing gelaten. Opgaven met meer dan twee getallen of bewerkingen (meervoudige opgaven) zijn niet meegenomen. Minimaal één van de twee getallen van de

deler of het quotiënt moest meercijferig zijn. Kommagetallen bestaan altijd minimaal uit twee cijfers en zijn daarom ook meegenomen. De deeltafels t/m 10 zijn wel geteld, maar niet verder geanalyseerd, omdat de deler en het quotiënt enkelcijferig zijn (hoewel 10 een meercijferig getal is, is ook deze deeltafel buiten beschouwing gelaten). De opgave $56 : 7 =$ is dus enkel geteld, omdat dit een deeltafel is (het quotiënt is 8). De opgave $65 : 7 =$ is geanalyseerd, omdat het quotiënt (9,29) meercijferig is en de opgave geen deeltafel is. Ook de opgave $33 : 3 =$ is geanalyseerd, omdat het quotiënt (11) buiten de deeltafels t/m 10 valt. Verder zijn de opgaven waarin een verhouding berekend dient te worden, waarbij gebruik is gemaakt van de bewerking delen, meegenomen. Hierbij was van belang dat de bewerking of de hoeveelheid per stuk gegeven is of dat deze berekend moet worden. De berekening mocht echter geen meervoudige opgave betreffen. Ervan uitgaande dat de methode alleen opgaven aanbiedt die voortbouwen op eerder behandelde stof, zijn opgaven waarbij een omzetting in eenheid (bijvoorbeeld van meters naar centimeters) berekend wordt of nodig is voor het uitvoeren van de bewerking ook geanalyseerd.

Om antwoord te kunnen geven op de onderzoeksvraag met bijbehorende deelvragen zijn de twee rekenmethoden geanalyseerd aan de hand van een analyseschema (Bijlage C). Het analyseschema is ingedeeld in drie niveaus. Op niveau 1 werd bepaald op welke oplossingsstrategie de methode aanstuurt om de leerlingen te laten gebruiken om een rekenprobleem op te lossen: getalstrategieën, kolomsgewijs rekenen of cijferen. Naast deze drie hoofdstrategieën is het ook mogelijk dat er in de methode niet wordt aangestuurd om een bepaalde oplossingsstrategie te gebruiken of dat leerlingen een vrije strategiekeuze hebben. Deze vierde categorie is aangegeven als ‘variabel en flexibel strategiegebruik’. Een laatste mogelijke optie, en vijfde categorie, is dat leerlingen enkel mogen kiezen tussen kolomsgewijs delen en cijferen, gecategoriseerd als Kolomsgewijs/Cijferen.

Op niveau 2 kwamen de variabelen uit de deelvragen en indicatoren uit de hoofdvraag aan bod. Voor alle oplossingsstrategieën diende op niveau 2 bepaald te worden bij hoeveel opgaven op deze oplossingsstrategie wordt aangestuurd. Voor alle oplossingsstrategieën waren er de variabelen ‘vorm’ en ‘getalsoort’, die altijd aanwezig zijn in een rekenprobleem en verder zijn uitgesplitst op niveau 3. Bij variabel en flexibel strategiegebruik was daarnaast de categorie ‘kiezen tussen en criteria’ altijd aanwezig. Bij kolomsgewijs rekenen en cijferen diende bepaald te worden of er sprake was van een bepaalde aanpak, zoals het nemen van grote happen.

Vervolgens diende er op niveau 3 per variabele vastgesteld te worden welke categorie van toepassing was op het rekenprobleem. Voor iedere opgave diende aangegeven te worden

in welke vorm deze werd gepresenteerd (kaal of context) en om wat voor soort getallen het ging (meercijferig, kommagetal, uitkomst met rest, uitkomst met kommagetal). Bij getalstrategieën diende op niveau 3 gekozen te worden voor één van de substrategieën. Bij kolomsgewijs rekenen en cijferen diende op niveau 3 aangegeven te worden welke aanpak werd gebruikt (opbouw vanuit, expliciete verwijzing naar; andere). Hierbij is aangegeven vanuit welke getalstrategie kolomsgewijs delen of cijferen werd opgebouwd. Bij variabel en flexibel strategiegebruik diende op niveau 3 aangegeven te worden tussen welke strategieën leerlingen konden kiezen. Wanneer er een beperkte keuzevrijheid was, kon er gekozen worden tussen getalstrategieën onderling of tussen getalstrategieën en de cijferstrategie. Wanneer de keuze geheel vrij was of wanneer niet duidelijk was tussen welke strategieën de leerlingen mogen kiezen behoorde dit tot de categorie helemaal vrij/onduidelijk. Ten slotte was er de categorie handig rekenen, die van toepassing was wanneer in de methode expliciet werd genoemd dat leerling handig moesten rekenen.

Uiteindelijk zijn de totalen berekend van het aantal opgaven dat per oplossingsstrategie is genoteerd, van het aantal opgaven per categorie bij vorm (kaal en context) en van het aantal opgaven per categorie bij getalsoort (meercijferig, kommagetal, uitkomst met rest, uitkomst met kommagetal) en van het totaal aantal deeltafels. Bij de andere categorieën is enkel aangevinkt dat ze aanwezig waren.

Procedure

Deze studie betreft een beschrijvend onderzoek. Met behulp van de uitgever Malmberg, CBS Het Talent en het mediacentrum van de Hogeschool Leiden zijn de twee rekenmethoden verkregen. In overleg met Vlaanderen, waar een gelijksoortig onderzoek wordt uitgevoerd, is een analyseschema opgesteld waarin de benodigde categorieën voor het beantwoorden van de onderzoeksvragen zijn opgenomen. Bij de analyse is onderscheid gemaakt tussen rekenzwakke, gemiddelde en rekensterke leerlingen. Ieder leerjaar bevond zich in een nieuw bestand. Om het overzicht te bewaren zijn er aparte tabbladen gemaakt voor de verschillende leerlingboeken. De opgaven zijn per les (Pluspunt) of per week (WiG) geanalyseerd.

In overleg met twee andere onderzoekers zijn de inclusie- en exclusiecriteria aangescherpt. Tevens zijn afspraken gemaakt over de notatiewijzen in het analyseschema (Bijlage B). Gezamenlijk zijn negen lessen geanalyseerd, waarvan drie voor de bewerking delen, verspreid over de drie leerlingboeken van Pluspunt. De interbeoordelaarsbetrouwbaarheid was 86%. Over de verschillen is gediscussieerd, wat heeft bijgedragen aan een betere begripsvorming van de categorieën en inclusiecriteria.

Data-analyse

Om de onderzoeksvragen te kunnen beantwoorden, zijn de verzamelde data geanalyseerd. Hiertoe werden de data overgezet naar een nieuw Excel-bestand, waarin de aantallen per methode, per leerjaar en per rekenniveau (*, ** en ***) zijn opgeteld tot aantal opgaven per week. In Pluspunt worden per week vijf rekenlessen gegeven. Bij week 1 van een blok horen dus les 1 t/m 5, bij week 2 les 6 t/m 10 en in week 3 wordt alleen les 11 gegeven. Aangezien de bladzijden Oefenen gedurende de eerste tien lessen gemaakt worden, is het aantal oefeningen over de eerste twee weken verdeeld. De toets en de remediërings- en herhalingslessen (les 12 t/m 15), die ook in week 3 vallen, zijn in dit onderzoek buiten beschouwing gelaten. De methode WiG is al ingedeeld in weken. Bij beide methoden is het aantal opgaven van de drie leerlingboeken per week samengevoegd en opgeteld.

Het totaal aantal opgaven per week is uitgesplitst naar strategie (getalstrategieën, kolomsgewijs delen, cijferen, kolomsgewijs/cijferen of variabel strategiegebruik), vorm (kaal of context) en getalsoort (meercijferig, komagetal, uitkomst met rest of uitkomst met komagetal). Ook is het aantal opgaven opgeteld naar een combinatie van strategie en vorm. Zo werd duidelijk hoeveel opgaven waarbij op een bepaalde strategie werd aangestuurd kaal werden aangeboden en hoeveel in een context zijn geplaatst. Voor de categorie ‘variabel strategiegebruik’ is berekend bij hoeveel opgaven leerlingen helemaal vrij waren om zelf een strategie te kiezen en bij hoeveel opgaven leerlingen handig dienden te rekenen. Tot slot is het totaal aantal deeltafels per week opgeteld.

Van de verzamelde data per week zijn grafieken en tabellen gemaakt, om de twee rekenmethoden, de leerjaren en de drie rekenniveaus onderling te vergelijken. Het totaal aantal opgaven is per rekenmethode, per leerjaar en per niveau in een tabel genoteerd. Het totaal aantal opgaven over de vier leerjaren is per rekenmethode en per niveau opgeteld. Dat totaal staat voor het aantal deelopgaven dat leerlingen maken wanneer zij gedurende de vier bovenbouwjaren hetzelfde niveau aanhouden. Met behulp van het berekende gemiddeld aantal deelopgaven per week, is vergelijking tussen de rekenmethoden, de leerjaren en de rekenniveaus mogelijk. In een aparte tabel is het totaal aantal deeltafels opgeteld, per rekenmethode, per leerjaar en per rekenniveau. Het totaal aantal kale en contextopgaven is per methode, per leerjaar en per rekenniveau in een tabel vastgelegd. De berekende percentages maken onderlinge vergelijking mogelijk.

De globale leerlijn delen is per leerjaar en per niveau weergegeven in een kolomgrafiek met aantal opgaven per strategie voor de 36 weken die beide methoden bestrijken. Hierin is inzichtelijk gemaakt wanneer leerlingen een bepaalde rekenstrategie

dienen te gebruiken en bij hoeveel opgaven per week. In een cirkeldiagram is aangegeven welk deel van de opgaven met welk soort getallen aangeboden wordt. Dezelfde gegevens zijn per week uitgezet in een kolomgrafiek, zodat duidelijk wordt wanneer leerlingen opgaven maken met bepaalde getallen en hoeveel dat er zijn per week. Tot slot is in een kolomgrafiek het totaal aantal kale en contextopgaven per rekenstrategie weergegeven, per methode, per leerjaar en per rekenniveau. Zo ontstaat inzicht in het aandeel kale en contextopgaven in de rekenmethode per strategie en kunnen onderlinge vergelijkingen worden gemaakt.

Resultaten

Teneinde een antwoord te kunnen formuleren op de onderzoeksvraag worden de resultaten van de twee rekenmethoden met elkaar vergeleken. Daarbij wordt onderscheid gemaakt tussen de drie differentiatieniveaus. De resultaten komen per deelvraag aan bod. De grafieken behorend tot de beschrijving van de leerlijnen in beide methoden bevinden zich in Bijlage D. Een algemene beschrijving van de werkwijze van de methoden en een gedetailleerde uiteenzetting van de resultaten per methode bevinden zich in Bijlagen E en F.

Tabel 1.

Totaal en gemiddeld aantal deelopgaven per methode, per leerjaar en per niveau

Niveau		Pluspunt				Totaal	WiG				Totaal
		5	6	7	8		5	6	7	8	
*	Aantal	284	420	289	553	1546	105	272	258	245	880
	M/week	7,8	11,7	8,0	15,4	10,7	2,9	7,6	7,2	6,8	6,1
**	Aantal	327	453	572	678	2030	267	458	376	433	1534
	M/week	9,1	12,6	15,9	18,8	14,1	7,4	12,7	10,4	12,0	10,6
***	Aantal	352	484	530	688	2054	186	304	287	297	1074
	M/week	9,8	13,4	14,7	19,1	14,3	5,2	8,4	8,0	8,3	7,5

Totaal aantal deelopgaven

In Tabel 1 staat het totaal aantal deelopgaven per leerjaar (uitgesplitst naar niveau) en gemiddeld aantal deelopgaven per week weergegeven, met een optelling over de vier leerjaren per niveau. Bij vergelijking van de totalen in WiG en Pluspunt wordt duidelijk dat in Pluspunt in ieder leerjaar en op elk niveau meer deelopgaven worden aangeboden dan in WiG.

Aangezien in Pluspunt het aantal opgaven toeneemt met het niveau en met het leerjaar (behalve in groep 7 *-niveau), terwijl in WiG het aantal opgaven per leerjaar meer gelijk blijft (na groep 5), zijn de verschillen in aantallen het grootst in groep 8 op ***-niveau. Waar bij Pluspunt in groep 8 op **- en ***-niveau gemiddeld 19 deelopgaven per week worden

gemaakt, ligt dit gemiddelde bij WiG dichterbij 10 deelopgaven per week. Daarnaast is het opvallend dat het hoogste totaal aantal opgaven over de vier leerjaren bij WiG (1534 opgaven op **-niveau) nog niet uitkomt boven het laagste totaal over de vier leerjaren bij Pluspunt (1546 opgaven op *-niveau). Het maximale aantal opgaven dat leerlingen krijgen aangeboden in WiG is lager dan het minimale aantal opgaven in Pluspunt. Bovendien blijkt dat leerlingen die gedurende vier leerjaren op *- of ***-niveau werken met Pluspunt (respectievelijk 1546 en 2054 opgaven) ongeveer twee keer zoveel deelopgaven maken als bij WiG (respectievelijk 880 en 1074 opgaven). Tevens zijn de verschillen tussen de drie rekenniveaus in aantal opgaven bij WiG groter dan bij Pluspunt, behalve in groep 7. Hieruit kan geconcludeerd worden dat in WiG structureel minder deelopgaven worden aangeboden dan in Pluspunt, met uitzondering van groep 6 op **-niveau. Waar in Pluspunt een zekere toename is te zien in aantal opgaven, met meer deelopgaven in hogere leerjaren (behalve in groep 7 *-niveau), is het aanbod in WiG jaarlijks min of meer gelijk.

Totaal aantal deeltafels

Bij onderlinge vergelijking van de methoden naar het totaal aantal deeltafels, blijkt dat bij beide methoden in groep 5 meer deeltafels worden aangeboden dan in de hogere groepen (Tabel 2). Het is opvallend dat er in WiG na groep 5 nauwelijks tot geen deeltafels meer aanbod komen, terwijl dit in Pluspunt pas na groep 6 gebeurt. Het aantal deeltafels in groep 7 en groep 8 verschilt nog wel tussen beide methoden: In Pluspunt worden meer deeltafels aangeboden dan in WiG (op groep 8 *** na). Het is opmerkelijk dat bij Pluspunt in groep 8 *** het minst aantal deeltafels wordt aangeboden van alle leerjaren en niveaus, terwijl dit bij WiG het meest is van alle niveaus in groep 7 en 8. Hoewel er binnen leerjaren tussen de niveaus ook verschillen zijn in aantallen, zijn deze tussen de leerjaren duidelijk groter.

Tabel 2.

Totaal aantal deeltafels per rekenmethode, per leerjaar en per rekenniveau

Niveau	Pluspunt					WiG				
	5	6	7	8	Totaal	5	6	7	8	Totaal
*	337	268	29	42	676	252	35	4	0	291
**	390	292	30	34	746	495	26	4	7	532
***	393	185	20	13	611	309	28	5	20	362

De leerlijn delen in Pluspunt

In Pluspunt start de leerlijn delen van de bovenbouw in groep 5, week 2, met meercijferige opgaven die leerlingen met variabel strategiegebruik mogen oplossen. In week

20 wordt het begrip ‘rest’ geïntroduceerd en maken de meercijferige opgaven plaats voor opgaven met rest. Op dat moment worden tevens steeds meer opgaven in context aangeboden. Na week 23 zijn er nog nauwelijks kale opgaven. Er zijn in groep 5 slechts minieme verschillen in leerlijn tussen de drie niveaus. Gedurende het hele jaar blijven de leerlingen vrij in strategiekeuze. De strategie waarin leerlingen instructie krijgen is het rekenen met nullen. Hierbij wordt de leerlingen gevraagd een makkelijke deling te bedenken, waar de opgave met grotere getallen op lijkt (bijvoorbeeld $2500 : 50 =$ lijkt op de deeltafel $25 : 5 =$). Daarnaast wordt een model aangeboden, waarin de inverse relatie tussen vermenigvuldigen en delen duidelijk wordt: het tafelplein. Dit model bestaat uit een tabel van drie bij drie vakjes waarin vermenigvuldigingen staan. Het komt voor dat niet het antwoord gevraagd wordt, maar één van de twee vermenigvuldigtallen, zodat een deling ontstaat (zoals $\dots \times 8 = 56$). Deze omgekeerde vermenigvuldiging (ook wel stip- of vlekvermenigvuldiging genoemd) kan met behulp van de (deel)tafels worden opgelost. Hierbij wordt de inverse relatie tussen vermenigvuldigen en delen nadrukkelijk getoond. Vaak wordt in de instructie de link gelegd tussen de opgave en de deeltafels, aan de hand waarvan leerlingen zouden kunnen rekenen (bijvoorbeeld $600 : 100 = 6$, want $6 \times 100 = 600$).

In groep 6 worden vooral op *- en **-niveau tot week 16 nauwelijks deelopgaven aangeboden. De opgaven die wel aangeboden worden zijn meercijferig of met kommagetallen en mogen variabel opgelost worden. Van week 16-23 worden ineens veel deelopgaven aangeboden, waarna het weer rustiger wordt. In de drukke periode wordt in week 20 het kolomsgewijs delen aangeleerd met gebruik van veel kleine happen. Vanaf dat moment dienen de hoofdzakelijk kale opgaven, meercijferig of met rest, voornamelijk kolomsgewijs te worden uitgerekend. Een verschil tussen de niveaus is dat het aandeel meercijferige opgaven op ***-niveau hoger is dan op de andere twee niveaus.

Op *- en **-niveau worden in groep 7 het kolomsgewijs delen en het vrije strategiegebruik afgewisseld, waarbij ongeveer een derde van de opgaven in context wordt aangeboden. In week 10 wordt de verdere verkorting en schematisering van het kolomsgewijs delen ingevoerd. Op **-niveau wordt daarnaast bij enkele opgaven in week 7 en 28 expliciet aangestuurd op het gebruik van specifieke getalstrategieën (opvermenigvuldigen en splitsen). Waar op *-niveau de meercijferige opgaven de boventoon voeren, komen op **-niveau alle getalsoorten gelijkmatig voor. Op ***-niveau is het patroon tot week 13 gelijk aan dat op **-niveau. In week 13 wordt namelijk de staartdeling aangeboden op ***-niveau, waarna de keuze wordt gegeven om opgaven kolomsgewijs of cijferend uit te rekenen. De rest van het jaar worden hoofdzakelijk opgaven aangeboden waar leerlingen een compleet vrije

strategiekeuze hebben, afgewisseld met enkele opgaven met keuze tussen kolomsgewijs of cijferen. Alle getalsoorten komen daarbij gelijkmatig aan bod. Ook de vorm van de opgaven wordt regelmatig afgewisseld, waarbij een kwart van de opgaven wordt aangeboden in context.

Waar op *-niveau het patroon van groep 7 wordt voortgezet in groep 8, krijgen de leerlingen op **-niveau in week 1 de staartdeling aangeboden. Dat is 24 weken later dan de leerlingen die op ***-niveau rekenen. Op *-niveau wisselen kolomsgewijze en vrije strategieopgaven elkaar af, waarbij alle getalsoorten (meercijferig het meest) en kale en contextopgaven (30%) regelmatig aan bod komen. De staartdeling wordt op *-niveau door de methode niet aangeboden. De patronen op **- en ***-niveau komen sterk overeen. Kolomsgewijs/Cijferen-opgaven worden afgewisseld met compleet vrije strategiekeuze, met aan het begin van het jaar nog enkele opgaven waarbij expliciet op kolomsgewijs delen wordt aangestuurd. Alle getalsoorten (de helft meercijferig) en kale en contextopgaven (25%) komen regelmatig aan bod. Waar op *-niveau na week 30 geen deelopgaven meer worden aangeboden, wordt op **- en ***-niveau doorgegaan tot het einde van het jaar.

Verschillen naar differentiatieniveau. Een eerste verschil komt naar voren in het aantal opgaven: op een hoger niveau worden meer deelopgaven aangeboden dan op een lager niveau (met uitzondering van groep 7 waar op ***-niveau minder opgaven worden aangeboden dan op **-niveau). Voor de deeltafels is dit omgekeerd: Op een hoger niveau worden juist minder deeltafels aangeboden (met uitzondering van groep 5 waar op **- en ***-niveau meer deeltafels worden aangeboden dan op *-niveau). Wat betreft de opbouw van de leerlijn bestaan er in groep 5 nauwelijks verschillen tussen de drie niveaus. Begin groep 6 worden er op ***-niveau meer opgaven aangeboden dan op de andere twee niveaus en is het aandeel meercijferige opgaven hoger. Tot week 13 in groep 7 verloopt het patroon op de drie niveaus vergelijkbaar. Daarna wordt op ***-niveau de staartdeling aangeleerd en krijgen deze leerlingen naast de vrije strategiekeuze de keuze tussen kolomsgewijs en cijferend oplossen. Op *- en **-niveau worden opgaven met een vrije strategiekeuze en kolomsgewijze opgaven afgewisseld. Op **-niveau wordt daarnaast nog een enkele keer aangestuurd op getalstrategieën. Een laatste verschil in groep 7 is dat op *-niveau drie kwart van de opgaven meercijferig is, terwijl op **- en ***-niveau alle getalsoorten gelijkmatig aan bod komen. In groep 8 gaan de leerlingen op *-niveau verder zoals in groep 7, met voornamelijk meercijferige (60%) opgaven waarbij ze kolomsgewijs of variabel mogen delen. Op **-niveau krijgen de leerlingen de staartdeling aangeboden, waarna ook zij, evenals de leerlingen op ***-niveau, de keuze krijgen tussen kolomsgewijs en cijferend delen, naast de vrije

strategiekeuze. Alle getalsoorten komen op beide niveaus aan bod, waarvan het leeuwendeel meercijferige opgaven en opgaven met kommagetallen zijn.

De leerlijn delen in WiG

In WiG start de leerlijn delen van de bovenbouw in groep 5 in week 13 op **- en ***-niveau, en in week 21 op *-niveau. Tot week 21 worden slechts enkele opgaven aangeboden met meercijferige getallen. Vanaf week 21 wordt het begrip 'rest' uitgelegd en komen nog hoofdzakelijk opgaven met rest aan bod. Op *- en **-niveau is dit aandeel ongeveer driekwart, op ***-niveau ongeveer 60%. De leerlingen mogen gedurende het jaar altijd hun eigen strategie kiezen, met uitzondering van week 35 waarin wordt aangestuurd op de getalstrategie splitsen. Een strategie waar veelvuldig aan gerefereerd wordt is de 'analogie met de deeltafels'. Het is de bedoeling dat leerlingen een deeltafel bedenken waaruit ze het antwoord op de opgave met grotere getallen kunnen afleiden (bijvoorbeeld $3500 : 70 =$ lijkt op de deeltafel $35 : 7 =$). Op *-niveau wordt ruim twee derde van de opgaven aangeboden in context, waar dit aandeel op **- en ***-niveau ongeveer een derde is. In groep 6 is het patroon op alle drie de niveaus ongeveer gelijk. Gedurende het hele jaar hebben de leerlingen een vrije strategiekeuze, op week 31 na waarin wordt aangestuurd op de getalstrategie opvermenigvuldigen als voorbereiding op het herhaald aftrekken. De opgaven zijn regelmatig over het jaar verdeeld, waarbij alle getalsoorten aan bod komen. Meercijferige opgaven voeren daarbij de boventoon (drie kwart) en het aandeel kommagetallen is nog miniem. Kale en contextopgaven (ongeveer een derde) wisselen elkaar frequent af.

In week 3 van groep 7 worden de opgaven met kommagetallen ruimschoots aangeboden. Vervolgens vindt in week 4 de introductie van de getalstrategie herhaald aftrekken plaats. Het betreft meercijferige getallen die op *-niveau voornamelijk in context worden aangeboden en op de andere twee niveaus voornamelijk kaal. Tot week 13 worden hoofdzakelijk opgaven aangeboden waarbij leerlingen een vrije strategiekeuze hebben, met een paar opgaven herhaald aftrekken tussendoor. In week 13 wordt op alle niveaus het kolomsgewijs delen aangeleerd, als verkorting en schematisering van het herhaald aftrekken. Vanaf dat moment wisselen kolomsgewijze opgaven en opgaven met een vrije strategiekeuze elkaar af. Ruim 50% van de opgaven wordt in context aangeboden. Hoewel alle getalsoorten aan bod komen, voeren meercijferige opgaven de boventoon (bijna drie kwart). Tot week 16 van groep 8 wordt hetzelfde patroon voortgezet als in groep 7. In week 16 wordt veel aandacht besteed aan het rekenen met kommagetallen, waarbij wordt gewerkt met de getalstrategieën opvermenigvuldigen en transformeren. In week 22 wordt opnieuw aangestuurd op deze strategieën (op **-niveau tevens in week 17, op ***-niveau tevens in

week 19). Op *-niveau bestaat de rest van het jaar afwisselend uit kolomsgewijze en vrije strategie-opgaven, waarbij alle getalsoorten gelijkmatig aan bod komen en bijna de helft van de opgaven in context wordt aangeboden. Op **- en ***-niveau wordt de staartdeling aangeleerd in week 19, tevens de enige week waarin opgaven cijferend (en Kolomsgewijs/Cijferen op ***-niveau) worden opgelost. Op *-niveau wordt de staartdeling door de methode niet aangeboden. De leerlingen op **-niveau volgen daarna het patroon van *-niveau, met een lager aandeel contextopgaven (een kwart). Op ***-niveau worden na week 19 nog in slechts 3 weken deelopgaven aangeboden die met vrije strategiekeuze of getalstrategieën (week 22) dienen te worden opgelost. Alle getalsoorten komen hierbij aan bod; een kwart van de opgaven wordt aangeboden in context.

Verschillen naar differentiatieniveau. Bij vergelijking van het aantal opgaven, blijkt dat op **-niveau steeds de meeste deelopgaven worden aangeboden en op *-niveau de minste. Voor de deeltafels geldt dit ook in groep 5, waarna op alle niveaus het aanbod bijna verdwijnt. Bij de start van de leerlijn zijn er direct verschillen tussen de niveaus: op **- en ***-niveau wordt eerder gestart (week 13) dan op *-niveau (week 21). Na uitleg van het begrip ‘rest’, is het aandeel van deze restopgaven op *- en **-niveau (ongeveer 75%) hoger dan op ***-niveau (ongeveer 60%). Een ander verschil is dat op *-niveau ongeveer twee derde van de opgaven wordt aangeboden in context, waar dit op de andere niveaus ongeveer een derde is. In groep 6 en 7 zijn er daarentegen nauwelijks verschillen tussen de drie niveaus. In groep 7 is het voornaamste verschil dat op *-niveau de meercijferige opgaven hoofdzakelijk in context worden aangeboden, waar deze op **- en ***-niveau kaal zijn. In week 19 van groep 8 gaan leerlingen op **- en ***-niveau zich onderscheiden van *-niveau doordat zij de staartdeling krijgen aangeleerd. Ook wordt bij deze leerlingen vaker aangestuurd op getalstrategieën dan op *-niveau. Waar het patroon op **-niveau na die week verloopt zoals op *-niveau, stopt het patroon op ***-niveau na week 22, waarna geen deelopgaven meer worden aangeboden. Het verschil tussen *- en **-niveau is dat op *-niveau bijna twee keer zoveel opgaven in context worden aangeboden.

Wat is de plaats en opbouw van getalstrategieën in de leerlijn delen?

Een groot verschil tussen de twee rekenmethoden is dat bij WiG in groep 5 voor het eerst wordt aangestuurd op getalstrategieën, terwijl dit bij Pluspunt in groep 7 gebeurt (Tabel 3). Tot die tijd is de strategiekeuze in Pluspunt vrij (waarbij leerlingen instructie krijgen aan de hand van ‘rekenen met nullen’ en het tafelplein) en wordt het kolomsgewijs delen aangeleerd. In WiG worden, wellicht mede als gevolg van het vroegere aansturen op getalstrategieën, in totaal meer opgaven aangeboden die met getalstrategieën dienen te

Tabel 3.

Totaal aantal opgaven getalstrategieën, per methode, per leerjaar en per niveau

		Aantal getalstrategieën			
Methode	Niveau	Groep			
		5	6	7	8
Pluspunt	*				2
	**			7	7
	***			4	6
WiG	*	3	2	2	14
	**	3	6	24	49
	***	3		11	36

worden opgelost dan in Pluspunt. Waar in Pluspunt de strategieën opvermenigvuldigen, splitsen en transformeren aan bod komen, wordt in WiG daarnaast aandacht besteed aan de strategie herhaald aftrekken. Hoewel in beide methoden op *-niveau verhoudingsgewijs het minst op getalstrategieën wordt aangestuurd, is in Pluspunt deze hoeveelheid praktisch verwaarloosbaar. Geconcludeerd kan worden dat er in WiG meer opgaven worden aangeboden die opgelost dienen te worden met getalstrategieën dan in Pluspunt, waarbij de verscheidenheid aan soorten getalstrategieën groter is en het aanbod gelijkmatiger over de drie niveaus is verdeeld dan bij Pluspunt.

Wat is de plaats en opbouw van kolomsgewijs rekenen in de leerlijn delen?

Waar in Pluspunt het kolomsgewijs delen halverwege groep 6 wordt aangeleerd, gebeurt dit in WiG bijna een jaar later. Met uitzondering van **-niveau wordt in Pluspunt bij meer opgaven aangestuurd op kolomsgewijs delen dan in WiG (Tabel 4). De leerlingen oefenen in Pluspunt dus vaker en langer met kolomsgewijs delen dan in WiG. De opbouw ziet

Tabel 4.

Totaal aantal opgaven kolomsgewijs delen, per methode, per leerjaar en per niveau

		Aantal opgaven kolomsgewijs delen (Kolomsgewijs/Cijferen)			
Methode	Niveau	Groep			
		5	6	7	8
Pluspunt	*		94	98	113
	**		124	106	14 (86)
	***		119	59 (40)	5 (87)
WiG	*			56	87
	**			89	167
	***			46	49 (5)

er in beide methoden echter vergelijkbaar uit. In WiG wordt het herhaald aftrekken expliciet aangeleerd van waaruit de overstap naar een meer schematische en verkorte versie hiervan wordt gemaakt. Hoewel in Pluspunt het herhaald aftrekken niet expliciet wordt aangeleerd, maar direct wordt gestart met het kolomsgewijs delen, wordt wel een gelijkmatige overgang gemaakt van veel kleinere happen in groep 6, naar minder grotere happen in groep 7.

a. WiG (Herhaald aftrekken)	b. WiG (verkort)	c. Pluspunt (kolomsgewijs)	d. Pluspunt (verkort)
405 : 3 = 135	405 : 3 = 135	405 : 3 =	405 : 3 =
$\begin{array}{r} 300 \\ 105 \\ \hline 30 \\ 75 \\ \hline 30 \\ 45 \\ \hline 30 \\ 15 \\ \hline 15 \\ 0 \end{array}$	$\begin{array}{r} 300 \\ 105 \\ \hline 90 \\ 15 \\ \hline 15 \\ 0 \end{array}$	$\begin{array}{r} 3 \ / \ 405 \ \backslash \ 135 \\ 300 \ 100 \ x \\ \hline 105 \\ 30 \ 10 \ x \\ \hline 75 \\ 30 \ 10 \ x \\ \hline 45 \\ 30 \ 10 \ x \\ \hline 15 \\ 15 \ 3 \ x \\ \hline 0 \end{array}$	$\begin{array}{r} 3 \ / \ 405 \ \backslash \ 135 \\ 300 \ 100 \ x \\ \hline 105 \\ 90 \ 30 \ x \\ \hline 15 \\ 15 \ 3 \ x \\ \hline 0 \end{array}$

Figuur 4. Notatiewijzen kolomsgewijs delen in WiG (a. lang, b. verkort) en Pluspunt (c. lang, d. verkort)

Verder blijkt dat er meerdere verkorte notaties zijn van het kolomsgewijs delen (Figuur 4). Waar in WiG het kolomsgewijs delen wordt genoteerd zoals in Figuur 2f (Figuur 4a en 4b), wordt het kolomsgewijs delen in Pluspunt genoteerd zoals de cijferende staartdeling, met een schuine streep aan beide kanten van het deeltal (Figuur 4c en 4d). Links van het deeltal wordt de deler genoteerd en rechts van het deeltal wordt het antwoord genoteerd. Hoewel het kolomsgewijs delen in Pluspunt als staartdeling wordt genoteerd, wordt wel met hele getallen gerekend en worden de happen aan de rechterzijde als tussenstap genoteerd.

Wat is de plaats en opbouw van cijferen in de leerlijn delen?

Bij beide methoden is de keuze gemaakt om op **- en ***-niveau de cijferende staartdeling aan te leren. Dit gebeurt in WiG echter op een later moment (halverwege groep 8) dan in Pluspunt (***-niveau op een derde van groep 7; **-niveau begin groep 8). Dit heeft als gevolg dat de leerlingen meer oefenen met de staartdeling in Pluspunt dan in WiG, wat wordt versterkt door het gegeven dat leerlingen in WiG slechts in één week op de staartdeling worden aangestuurd (Tabel 5). Waar leerlingen in Pluspunt de ruimte krijgen om zelf te kiezen of ze opgaven kolomsgewijs of cijferend oplossen, ligt in WiG die keuze (op 5

opgaven na op ***-niveau) vast: Nadat de staartdeling is aangeboden, worden op ***-niveau in WiG geen cijferopgaven meer aangeboden en wordt op **-niveau enkel aangestuurd op kolomsgewijs delen. Al met al lijkt de staartdeling een belangrijker plaats in te nemen in Pluspunt dan in WiG. De notatie van het kolomsgewijs delen in Pluspunt, met twee schuine strepen, zou deze conclusie ondersteunen, aangezien de overstap naar de staartdeling dan kleiner is dan met de gebruikelijke kolomsgewijze notatie.

Tabel 5.

Totaal aantal opgaven cijferen, per methode, per leerjaar en per niveau

Aantal opgaven cijferen (Kolomsgewijs/Cijferen)					
Methode	Niveau	Groep			
		5	6	7	8
Pluspunt	*				
	**				(86)
	***			10 (40)	(87)
WiG	*				
	**				9
	***				14 (5)

In welke mate krijgen leerlingen de ruimte om zelf rekenstrategieën te kiezen?

Tabel 6.

Totaal aantal opgaven met vrije strategiegebruik, per methode, per leerjaar en per niveau

Aantal opgaven vrij strategiegebruik					
Methode	Niveau	Groep			
		5	6	7	8
Pluspunt	*	284	326	191	438
	**	328	329	459	573
	***	352	365	417	592
WiG	*	102	270	197	144
	**	164	452	263	208
	***	183	298	230	193

Een duidelijke overeenkomst tussen Pluspunt en WiG is dat het vrije strategiegebruik vaker voorkomt dan de andere strategieën, in alle leerjaren en op alle rekenniveaus. Een verschil is dat in Pluspunt eerder wordt begonnen met deelopgaven (in groep 5, week 2) dan in WiG (op **- en ***-niveau in groep 5, week 13; op *-niveau in week 21) die met vrij strategiegebruik opgelost mogen worden (Tabel 6). Ook worden bij Pluspunt over het

algemeen meer opgaven aangeboden waarbij leerlingen een vrije strategiekeuze hebben en wordt vaker aangestuurd op handig rekenen dan in WiG.

Welke plaats hebben kale en contextopgaven in de leerlijn delen?

Het aandeel kale en contextopgaven komt in groep 5 overeen tussen Pluspunt (op alle niveaus) en WiG (op **- en ***-niveau). Het aandeel contextopgaven in WiG op *-niveau is in verhouding veel groter. De patronen van aantal kale en contextopgaven per week komen echter niet overeen. Waar in Pluspunt in het tweede half jaar meer opgaven in context worden aangeboden, zijn de contextopgaven in WiG gelijkmatiger over het jaar verspreid. In groep 6 is het aandeel contextopgaven in WiG groter dan in Pluspunt, dit maal op alle niveaus. Hoewel in beide methoden de spreiding van het aantal kale en contextopgaven vergelijkbaar is, springen in Pluspunt de pieken kale opgaven eruit vanwege het lage aantal contextopgaven. In beide methoden is het aandeel contextopgaven in groep 7 hoger dan in groep 6. Ten slotte komen in groep 8 weer ongeveer dezelfde verschillen voor als in groep 5, waar Pluspunt op alle drie de niveaus vergelijkbaar is met WiG op **- en ***-niveau. Alleen WiG *-niveau wijkt hier van af, met wederom een hoger aandeel contextopgaven. De spreiding van de contextopgaven bij beide methoden is ongeveer gelijk. Het patroon van WiG op ***-niveau is daarvan afwijkend, aangezien na week 22 nauwelijks meer deelopgaven worden aangeboden. Geconcludeerd kan worden dat in WiG verhoudingsgewijs meer opgaven in context worden aangeboden dan in Pluspunt, vooral op *-niveau. De spreiding van de contextopgaven is in WiG vaak gelijkmatiger dan in Pluspunt.

In welke mate en wanneer komen verschillende getalsoorten aan bod in de leerlijn delen?

De twee rekenmethoden komen in groep 5 zeer overeen wat betreft aandeel getalsoorten: In beide methoden blijft bij ongeveer drie kwart van de deelopgaven een rest over. In beide methoden nemen vervolgens in groep 6 de meercijferige opgaven de overhand (ongeveer drie kwart). Een verschil is dat in Pluspunt het overige aandeel opgaven voornamelijk wordt gevuld door opgaven met rest, terwijl in WiG het overige aandeel opgaven voornamelijk wordt gevuld door opgaven met rest én door opgaven met een kommagetal als quotiënt. In groep 7 lijkt alleen het patroon van Pluspunt *-niveau op het patroon van de drie niveaus in WiG met ongeveer drie kwart meercijferige opgaven en een min of meer gelijke verdeling van de overige getalsoorten. Op **- en ***-niveau in Pluspunt is het aandeel getalsoorten evenwichtiger, dat meer overeenkomt met het patroon in WiG in groep 8. Het patroon van Pluspunt in groep 8 verschilt hiervan doordat het aandeel van opgaven met rest en quotiënt-kommagetallen beduidend kleiner is.

Discussie

Het doel van het huidige onderzoek was om de leerlijn meercijferig delen in de twee realistische rekenmethoden Pluspunt en De wereld in getallen (WiG) in de bovenbouw van het basisonderwijs in kaart te brengen en deze onderling te vergelijken. Daarbij was er aandacht voor de drie differentiatieniveaus die in beide rekenmethoden worden toegepast. Hiertoe zijn de leerkrachthandleidingen en leerlingboeken geanalyseerd, waarbij uiteindelijk het aantal deelopgaven per week is gecategoriseerd naar beoogd strategiegebruik (getalstrategieën, kolomsgewijs delen, cijferen, vrij strategiegebruik of Kolomsgewijs/Cijferen), vorm (kaal of context) en getalsoort (meercijferig, kommagetallen, uitkomst met rest of uitkomst met kommagetal). In de discussie wordt allereerst de hoofdvraag van dit onderzoek beantwoord. Hierbij worden de verschillen en overeenkomsten uitgebreid per leerjaar besproken, waarna een conclusie van de belangrijkste bevindingen wordt getrokken. Vervolgens wordt in de discussie getracht de motivatie van de opbouw van beide rekenmethoden te achterhalen evenals de mogelijke consequenties van de gemaakte keuzes. Deze worden besproken aan de hand van de voornaamste verschillen tussen de twee methoden. Achtereenvolgens worden de implicaties van dit onderzoek gepresenteerd. Tot slot worden de beperkingen van dit onderzoek besproken, met in het verlengde daarvan aanbevelingen voor toekomstig onderzoek.

Beantwoording onderzoeksvraag

In dit onderzoek zijn de leerlijnen delen van de twee realistische rekenmethoden Pluspunt en WiG met elkaar vergeleken teneinde antwoord te geven op de vraag hoe deze leerlijnen in de twee methoden van elkaar verschillen in de bovenbouw van het basisonderwijs (groep 5 t/m 8). Een belangrijk verschil tussen de twee rekenmethoden is dat in groep 5 de leerlijn delen in WiG later start dan in Pluspunt. Dit verschil doet zich op alle drie de differentiatieniveaus voor, maar is op *-niveau het grootst. In totaal worden in Pluspunt bovendien, wellicht mede daardoor, meer deelopgaven aangeboden dan in WiG, waarbij wederom de verschillen op *-niveau het grootst zijn. In beide methoden zijn de leerlingen bij alle opgaven vrij in strategiegebruik, met uitzondering van week 35 in WiG, waarin wordt aangestuurd op de getalstrategie splitsen. Hoewel de leerlijnen niet tegelijk starten, wordt in beide methoden in groep 5 het begrip 'rest' aangeleerd, met slechts één week verschil (Pluspunt week 20, WiG week 21). Het aandeel restopgaven is in WiG op *- en **-niveau echter groter dan in Pluspunt. Naast de restopgaven komen in WiG al enkele opgaven voor waarvan het quotiënt een kommagetal is, terwijl in Pluspunt verder alleen meercijferige opgaven worden aangeboden. De restopgaven worden in WiG op *-niveau vaker in context

aangeboden (71%) dan in Pluspunt (45%). Waar in Pluspunt het aandeel contextopgaven toeneemt richting het einde van het jaar, is het verloop in WiG meer gelijkmatig.

In groep 6 is het grootste verschil tussen de methoden dat in Pluspunt in week 20 het kolomsgewijs delen wordt aangeleerd, terwijl in WiG leerlingen het hele jaar vrij zijn in strategiegebruik (met uitzondering van week 31, waarin wordt aangestuurd op opvermenigvuldigen). Hoewel in beide methoden het aandeel meercijferige opgaven het grootst is, is dit in WiG op alle niveaus iets hoger dan in Pluspunt. Dit geldt ook voor het aandeel contextopgaven. In WiG zijn echter het aantal opgaven en het aandeel getalsoorten gelijkmatiger over het jaar verdeeld dan in Pluspunt, waar vooral veel opgaven voorkomen tussen week 16 en 24 (op *- en **-niveau). Naast meercijferige opgaven komen in Pluspunt voornamelijk restopgaven voor, terwijl in WiG alle getalsoorten worden aangeboden. Gedurende het hele jaar worden op *- en ***-niveau in Pluspunt meer opgaven aangeboden dan in WiG, terwijl op **-niveau de aantallen nagenoeg aan elkaar gelijk zijn.

Waar de getalstrategie herhaald aftrekken in Pluspunt onbesproken blijft, wordt deze strategie in WiG in groep 7, week 4, aangeleerd, als voorbereiding op het kolomsgewijs delen. Het aantal opgaven waarbij expliciet op deze strategie wordt aangestuurd verschilt echter per differentiatieniveau. In week 13 wordt vervolgens de overstap gemaakt naar kolomsgewijs delen, waarbij het herhaald aftrekken wordt verkort en geschematiseerd. Diezelfde verkorting vindt in Pluspunt in week 10 plaats. De rest van het jaar worden in beide methoden kolomsgewijs delen en vrij strategiegebruik afgewisseld. Een verschil is dat in Pluspunt op ***-niveau de keuze wordt gegeven tussen kolomsgewijs delen en cijferen, aangezien deze leerlingen in week 13 de staartdeling krijgen aangeboden. Het is opvallend dat er bij Pluspunt hoge pieken van vrij strategiegebruik zijn, in slechts een paar weken van het jaar, terwijl er bijna wekelijks enkele kolomsgewijze deelopgaven worden aangeboden. In WiG is het verloop veel regelmatiger. Waar het aandeel van getalsoorten op alle niveaus in WiG overeenkomt met *-niveau in Pluspunt (driekwart meercijferig), komen op **- en ***-niveau in Pluspunt alle getalsoorten evenwichtiger aan bod. Verder wordt in WiG (ruim) de helft van de opgaven in context aangeboden, terwijl dit in Pluspunt minder dan een derde is. In totaal worden in groep 7 op **- en ***-niveau in Pluspunt meer opgaven aangeboden dan in WiG, terwijl het aantal opgaven op *-niveau vergelijkbaar is.

De leerlijnen delen komen in groep 8 zeer overeen tussen de twee methoden. Een verschil is dat in WiG halverwege het jaar bij een aantal kommagetal-opgaven wordt aangestuurd op de getalstrategieën opvermenigvuldigen of transformeren, waar dit bij Pluspunt aan het begin van het jaar wordt gedaan. Op *-niveau is het aandeel getalsoorten in

WiG gelijkmatiger verdeeld dan in Pluspunt, waar ongeveer 60% meercijferig is. Het aandeel contextopgaven is echter in WiG (45%) weer groter dan in Pluspunt (30%), voornamelijk in het vrij strategiegebruik. Op de andere twee niveaus zijn deze percentages vergelijkbaar tussen de twee methoden. In beide methoden krijgen leerlingen op **-niveau de staartdeling aangeleerd. Dit gebeurt in Pluspunt in week 1 en in WiG in week 19. In WiG krijgt ook ***-niveau deze strategie dan aangeleerd. Een aanzienlijk verschil tussen de twee methoden is dat de **-leerlingen in Pluspunt steeds zelf mogen kiezen tussen kolomsgewijs delen of cijferen, terwijl in WiG expliciet aangestuurd wordt op kolomsgewijs delen. Op ***-niveau worden in WiG enkele weken na het aanleren van de staartdeling, waarin leerlingen steeds vrij werden gelaten in strategiegebruik, zelfs helemaal geen deelopgaven meer aangeboden (op drie opgaven na in week 33). Dit in tegenstelling tot Pluspunt waarin de leerlijn doorloopt tot het einde van het schooljaar. Desondanks blijven in Pluspunt de opgaven meer in pieken voorkomen, terwijl de opgaven in WiG gelijkmatiger over het jaar verdeeld zijn. In Pluspunt worden op alle niveaus in totaal meer opgaven aangeboden dan in WiG, waarbij het aantal opgaven in Pluspunt op *- en ***-niveau zelfs meer dan twee keer zo groot is dan in WiG.

Alles tezamen genomen kan geconcludeerd worden dat WiG verhoudingsgewijs iets later start met de leerlijn delen, deze langzamer opbouwt en minder deelopgaven aanbiedt dan Pluspunt. Toch is in beide methoden in groep 5 evenveel aandacht voor restopgaven, die ook op nagenoeg hetzelfde moment worden aangeboden. In heel groep 6 van WiG worden geen belangrijke stappen gezet tot aan het einde van het jaar, waar opvermenigvuldigd wordt als eerste stap naar het kolomsgewijs delen. In Pluspunt wordt halverwege groep 6 het kolomsgewijs delen aangeleerd, dat in groep 7 wordt verkort. In WiG wordt het kolomsgewijs delen in groep 7 aangeleerd, als verkorte schematisering van het herhaald aftrekken. Hoewel in Pluspunt het herhaald aftrekken niet expliciet wordt behandeld, wordt in beide methoden het kolomsgewijs delen wel verkort, waarbij wordt aangestuurd op het nemen van grote of de grootste happen. In Pluspunt wordt al langer geoefend met het kolomsgewijs delen voordat deze strategie wordt verkort dan in WiG. Waar in Pluspunt vervolgens in groep 7 op ***-niveau uitdaging wordt geboden door de staartdeling aan te leren, gebeurt dit in WiG pas een jaar later. Opvallend is dat er in Pluspunt in heel groep 8 opgaven worden aangeboden op **- en ***-niveau waarbij leerlingen zouden moeten cijferen of kolomsgewijs delen, terwijl dit in WiG niet wordt gedaan. Daar wordt op **-niveau expliciet aangestuurd op kolomsgewijs delen of is de keuze helemaal vrij. Anderzijds komen in WiG de verschillende getalsoorten evenwichtiger aan bod dan in Pluspunt en zijn de opgaven gelijkmatiger over het jaar verdeeld. In Pluspunt komen in veel weken maar een paar opgaven aan bod, terwijl in

sommige weken ineens veel opgaven worden aangeboden. Tot slot worden gemiddeld genomen meer opgaven in context aangeboden in WiG dan in Pluspunt, vooral op *-niveau.

Verklaring en consequenties

Een deel van de overeenkomsten in de aangeboden stof kan verklaard worden door wat staat vastgelegd in de kerndoelen en referentieniveaus (Commissie Meijerink, 2008a; Ministerie van OCW, 2006, 2009) (zie ook Bijlage A). Dit betreft rekenen met restopgaven (in context), opgaven met kommagetallen en quotiënt-kommagetallen, evenals het handig leren rekenen en het leren rekenen met een standaardprocedure. In principe zouden deze onderwerpen in alle rekenmethoden aangeboden dienen te worden. Alle stof buiten deze onderwerpen kan door de rekenmethoden worden bepaald. Bovendien wordt er in de kerndoelen en referentieniveaus niet aangegeven hoeveel van deze opgaven aangeboden dienen te worden, wanneer en in welke vorm. En dat zijn nu juist de voornaamste punten waarop de twee rekenmethoden verschillen.

Hoewel het buiten de scope van dit onderzoek valt om de kwaliteit van beide methoden te beoordelen, kan wel een indicatie gegeven worden van de mate waarin de leerlijnen overeenkomen met wetenschappelijke bevindingen op het gebied van (reken)onderwijs. Een centrale vraag hierbij is in hoeverre de opbouw en structuur van beide leerlijnen bijdraagt aan de kennis en vaardigheden van leerlingen.

Intensiteit versus regelmaat. Uit verschillende onderzoeken is gebleken dat de mate van instructie en oefening invloed heeft op de mate waarin de leerstof beheerst wordt (Bachman, Votruba-Drzal, El Nokali, & Castle Heatly, 2015; Logan, 1990; Mayer, 1983). Aangezien er in Pluspunt meer deelopgaven worden aangeboden zou hieruit geconcludeerd kunnen worden dat leerlingen beter leren delen wanneer zij werken met Pluspunt dan wanneer zij werken met WiG. Echter, niet alleen de intensiteit maar ook regelmaat zou invloed kunnen hebben op de mate waarin leerlingen zich de stof eigen maken (Budé, Imbos, van de Wiel, & Berger, 2010; Schutte et al., 2015). Uit de resultaten blijkt dat de deelopgaven in WiG met meer regelmaat aan bod komen dan in Pluspunt, waarin sommige weken veel deelopgaven bevatten en andere weken geen of slechts enkele. Waar Pluspunt aanprezen zou kunnen worden vanwege de intensiteit aan deelopgaven, zou WiG aanprezen kunnen worden vanwege het evenwichtige aanbod. Beide methoden zouden om andere redenen tot evenveel beheersing kunnen leiden.

Wat betreft het aanbod van de deeltafels lijkt Pluspunt hieraan meer waarde te hechten dan WiG, ondanks het feit dat WiG in de leerkrachthandleiding aangeeft veel aandacht te hebben voor de automatisering van de deeltafels. Het aanbod in Pluspunt is namelijk groter en

gaat langer in grote mate door. Dit kan mede verklaard worden doordat in Pluspunt ieder blok twee (in groep 5) of drie (vanaf groep 6) bladzijden Oefenen worden aangeboden, waar de deeltafels onderdeel van uitmaken. Hoewel het maken van deze bladzijden niet verplicht wordt gesteld, wordt het maken ervan wel aangeraden, waardoor leerlingen tot en met het einde van hun basisschoolloopbaan zouden kunnen oefenen met de deeltafels. Het is mogelijk dat leerlingen die met Pluspunt werken de deeltafels uiteindelijk beter beheersen dan leerlingen die met WiG werken, aangezien zij er langer en vaker mee oefenen. In het leerlijnoverzicht van WiG (dat door de methode zelf wordt uitgegeven) wordt echter aangegeven dat ook in groep 6 nog wordt geoefend met de vermenigvuldigtafels. Het is mogelijk dat de leerlingen via de inverse relatie tussen vermenigvuldigen en delen automatisch hun kennis van de deeltafels onderhouden. Ook wordt in WiG bij complexere deelopgaven vaak gerefereerd aan de deeltafels, wat bij zou kunnen dragen aan het onderhouden van de deeltafels. Het zou interessant zijn om te onderzoeken of leerlingen in Pluspunt de deeltafels daadwerkelijk beter beheersen dan de leerlingen in WiG, of dat het grotere aanbod in Pluspunt niet leidt tot betere beheersing.

Delen met rest. Aangezien de uitkomst van een restopgave per situatie kan verschillen, dient het begrip ‘rest’ betekenis te krijgen aan de hand van contexten (Keijzer, Lit, et al., 2011). Dat in WiG de rest vaker in een contextopgave wordt gepresenteerd dan in Pluspunt, zou er voor kunnen zorgen dat leerlingen met WiG een duidelijker beeld krijgen van dit begrip dan met Pluspunt en beter leren dat het antwoord per situatie kan verschillen. Daarentegen krijgen leerlingen in Pluspunt opgeteld meer opgaven aangeboden om met rest te oefenen dan in WiG. Wat dat betreft zou het curriculum in Pluspunt tot evenveel beheersing van het begrip rest kunnen leiden als in WiG.

Kolomsgewijs delen. In Pluspunt wordt het kolomsgewijs delen een half jaar eerder aangeleerd dan in WiG. Het lijkt erop dat de leerlingen die werken met Pluspunt daardoor langer de tijd krijgen om met deze strategie te oefenen dan de leerlingen die met WiG werken, wat voordelig kan zijn voor de mate van beheersing. Echter, dat Pluspunt eerder begint met het aanleren van het kolomsgewijs delen dan WiG zou verklaard kunnen worden doordat in Pluspunt de staartdeling eerder wordt aangeleerd. Om leerlingen tijd te geven met de kolomsgewijze strategie te oefenen, dient deze strategie eerder aangeleerd te worden. Leerlingen op ***-niveau hebben namelijk één jaar de tijd om met kolomsgewijs delen te oefenen voordat ze de staartdeling krijgen aangeleerd. Aangezien er in WiG niet expliciet wordt aangespoord om de staartdeling te gebruiken, hebben de leerlingen in WiG juist meer tijd om met het kolomsgewijs delen te oefenen dan in Pluspunt. In WiG oefenen de leerlingen

met het kolomsgewijs delen van begin groep 7 tot eind groep 8 en in Pluspunt van half groep 6 tot half groep 7 (***) of begin groep 8 (**). Dit komt neer op 2 jaar in WiG versus één (***-niveau) tot anderhalf (**-niveau) jaar in Pluspunt. Een voordeel van WiG kan bovendien zijn dat het kolomsgewijs delen wordt opgebouwd vanuit het herhaald aftrekken (met opvermenigvuldigen als eerste stap voor het leren nemen van happen). Het kolomsgewijs delen wordt op die manier duidelijker opgebouwd, wat kan leiden tot meer begrip. In WiG wordt het kolomsgewijs delen dus duidelijker opgebouwd en krijgen de leerlingen langer de tijd om met deze strategie te oefenen, wat zou kunnen leiden tot betere beheersing van deze strategie dan wanneer met Pluspunt wordt gewerkt. Echter is in Pluspunt het aantal opgaven waarbij wordt aangestuurd op kolomsgewijs delen groter dan (op *- en ***-niveau) of vergelijkbaar met (op **-niveau) WiG. Daarbij wordt het kolomsgewijs delen in Pluspunt wel degelijk opgebouwd, ook al gebeurt dit niet vanuit het herhaald aftrekken. Bovendien wordt in de methode aangegeven dat leerlingen pas de staartdeling mogen gebruiken wanneer ze het kolomsgewijs delen beheersen. Hieruit wordt duidelijk dat in beide methoden veel aandacht wordt besteed aan het aanleren en inoefenen van de kolomsgewijze strategie en dat voor beide werkwijzen iets te zeggen valt met betrekking tot het potentiële beheersingsniveau van de leerlingen. De vraag of leerlingprestaties op kolomsgewijs delen verschillen tussen de methoden zou interessant zijn voor vervolgonderzoek.

Gewenst einddoel. Een overeenkomst van beide methoden is dat wordt aangestuurd op het nemen van de grootste hap bij de verkorte versie van kolomsgewijs delen. Dit in tegenstelling tot de kernpunten van het kolomsgewijs delen, waarbij leerlingen op hun eigen niveau van verkorte schematisering zouden moeten kunnen eindigen (Treffers, 1987). Ook in de kerndoelen staat beschreven dat leerlingen dienen te leren rekenen met “meer of minder verkorte standaardprocedures” (Kerndoel 30, SLO, n.d.-b). Het lijkt erop alsof alle leerlingen worden aangespoord om het hoogste niveau van schematisering en verkorting te bereiken, wat afbreuk doet aan de mate waarin de methode probeert aan te sluiten bij de verschillende leerbehoeften van de leerlingen. In Pluspunt wordt hiervoor echter een verklaring gegeven, namelijk dat het nemen van veel kleine happen leidt tot een lange staart, waarbij de kans op fouten toeneemt. Wat dat betreft houdt Pluspunt juist rekening met de verschillende leerbehoeften van leerlingen. In WiG wordt een dergelijke verklaring niet gegeven.

Het is opvallend dat in de tussendoelen en leerlijnen wordt aangegeven dat het cijferend delen niet (meer) wordt aangeleerd (SLO, n.d.-b), terwijl deze strategie in beide methoden toch wordt aangeboden. Dit is in lijn met verschillende bronnen die aangeven dat de staartdeling weer terugkomt in het basisonderwijs (Cito, 2013; Scheltens et al., 2013). Een

verschil hierbij is dat het erop lijkt dat de staartdeling in Pluspunt het einddoel is, op **- en ***-niveau, terwijl het in WiG meer als extra mogelijkheid wordt aangeboden. Dit wordt bevestigd in de leerlijnoverzichten van beide methoden. Bij Pluspunt wordt in groep 8 aangegeven dat naar de staartdeling wordt toegewerkt, terwijl bij WiG de staartdeling niet voorkomt in het leerlijnoverzicht. In Pluspunt wordt al bij het aanleren van het kolomsgewijs delen geanticipeerd op het maken van de overstap van het kolomsgewijs delen naar de staartdeling, die ook eerder wordt gemaakt dan in WiG. Daartoe wordt de kolomsgewijze deling op dezelfde wijze genoteerd als de staartdeling, met een schuine streep aan beide kanten van het deeltal. Bovendien wordt deze kolomsgewijze strategie in de methode al staartdeling genoemd. In tegenstelling tot eerdere beweringen wordt in Pluspunt het cijferend delen als eindstadium gezien (op **- en ***-niveau) en geldt het kolomsgewijs delen als tussenstap, zoals ook bij de andere drie bewerkingen het geval is (Keijzer, Lek, et al., 2011). Aangezien er in WiG buiten de week waarin de staartdeling wordt aangeleerd niet op deze strategie wordt aangestuurd blijkt dat de cijferende staartdeling slechts extra is. Dit is opvallend omdat er in de instructie veel aandacht wordt besteed aan het correct aanleren van deze strategie. Hieruit wordt duidelijk dat de methode enkel de mogelijkheid biedt aan de leerkracht om deze strategie aan te leren, maar de leerkracht verder vrijlaat om te bepalen in hoeverre er mee gewerkt zal worden. Dit staat in contrast met Pluspunt, waarin nadrukkelijk wordt geoefend met onder elkaar rekenen, waarbij leerlingen de keuze krijgen om te staartdelen. Welke leerlingen de staartdeling mogen inzetten is echter wel leerkrachtafhankelijk.

Instructie in deelstrategieën. Hoewel leerlingen nauwelijks worden aangestuurd op het gebruik van een bepaalde getalstrategie, wordt er wel degelijk instructie gegeven aan de hand van verschillende strategieën. Echter, in beide methoden worden strategieën aangeleerd die in dit onderzoek niet als zodanig zijn gedefinieerd. Zo wordt in WiG de strategie ‘analogie met de deeltafels’ aangeleerd, wat in Pluspunt ‘delen met nullen’ wordt genoemd. Deze strategie wordt ook genoemd in de tussendoelen van kerndoel 29 (SLO, n.d.-a). Daarnaast wordt in Pluspunt het tafelplein veelvuldig gebruikt als model waarmee leerlingen zowel vermenigvuldigingen als delingen kunnen uitrekenen. Het niet analyseren van alle voorkomende strategieën in de methoden is een tekortkoming van deze studie en zal verder worden uitgewerkt bij de Beperkingen.

Naast de niet-geanalyseerde strategieën die in de methoden naar voren komen, worden de strategieën die wel geanalyseerd zijn in de methoden vaak anders genoemd dan in dit onderzoek wordt gedaan. Zo wordt in Pluspunt het kolomsgewijs delen een staartdeling

genoemd en wordt de verkorte versie van het kolomsgewijs delen cijferen genoemd. Een staartdeling is op zich een juiste benaming voor het kolomsgewijs delen, aangezien bij het kolomsgewijs delen een staart aan getallen ontstaat (Treffers, 1987). Deze termen kunnen echter tot verwarring leiden bij ouders, en wellicht ook bij leerkrachten, die zelf nog de cijferende staartdeling hebben geleerd. Bij beide versies van het kolomsgewijs rekenen wordt namelijk met getallen gewerkt, in plaats van met cijfers, zoals bij de cijferende (ouderwetse) staartdeling gebeurt. De overeenkomst in de naam komt dus niet terug in de strategie. Aansluitend wordt de ‘echte’ cijferende staartdeling, die op ***-niveau in groep 7 wordt aangeleerd, ‘de manier van de kapitein’ genoemd (Figuur F5). In de leerkrachthandleiding wordt aangegeven dat dit een verkorte vorm van het ‘cijferend’ delen is.

In WiG wordt de term ‘herhaald aftrekken’ in eerste instantie overeenkomstig gebruikt als in dit onderzoek. Echter, wanneer de overstap wordt gemaakt naar het kolomsgewijs delen, blijft de methode deze strategie herhaald aftrekken noemen. Vervolgens wordt in de week na het aanleren van het kolomsgewijs delen in de leerkrachthandleiding opeens over cijferend delen gesproken, terwijl dit in de instructie niet wordt benoemd. De methode gebruikt naderhand weer de term herhaald aftrekken, tot in groep 8, waar weer over cijferend delen wordt gesproken. Hierbij wordt aangegeven dat in groep 7 ook al werd gecijferd. De twee termen worden dus inconsistent gebruikt, voor dezelfde strategie. De cijferende staartdeling wordt in de methode wel eenduidig benoemd, namelijk als traditionele staartdeling.

Niet alleen kan het verwarrend zijn voor ouders en leerkrachten wanneer voor een strategie geen eenduidige term wordt gebruikt, het is tevens zeer onhandig wanneer de school besluit over te stappen op een andere rekenmethode. Of wanneer leerlingen in hun latere (school)carrière rekentermen hanteren waarvan niet duidelijk is wat er mee wordt bedoeld, aangezien de definitie per leerling kan verschillen, afhankelijk van met welke methode zij in het basisonderwijs hebben gewerkt. Het zou daarom de voorkeur behoeven dat alle rekenmethoden dezelfde termen voor dezelfde strategieën hanteren. Dit kan zelfs breder getrokken worden over alle methoden voor alle vakken.

Ondanks de belangrijke plaats die het kolomsgewijs delen inneemt, is uit het huidige onderzoek gebleken dat in beide methoden het vrije strategiegebruik overheerst. Zelfs in de lessen waarbij instructie wordt gegeven aan de hand van een bepaalde getalstrategie, worden leerlingen vaak vrij gelaten om zelf een strategie te kiezen. In plaats van dat leerlingen een strategie inoefenen en automatiseren, krijgen ze enkel handvatten aangeboden om hun strategiemogelijkheden uit te breiden. Hoewel er beslist leerlingen zullen zijn die de aangeboden strategieën uit de instructie gebruiken voor het uitrekenen van de opgaven

(Torbeyns, Smedt, Ghesquière, & Verschaffel, 2009), zullen er ook leerlingen zijn die een andere strategie gebruiken en niet met de aangeboden strategie oefenen. Het is de vraag of leerlingen bepaalde strategieën wel echt leren als ze er niet mee hoeven te oefenen. Uit onderzoek naar instructie in tellen bij leerlingen met rekenmoeilijkheden bleek dat leerlingen beter presteerden wanneer zij oefenden met de stof na de instructie dan wanneer zij niet oefenden (Fuchs et al., 2010). Echter, leerlingen zonder oefening na instructie presteerden nog altijd beter dan leerlingen in de controlegroep, zonder instructie. Hieruit kan geconcludeerd worden dat zowel instructie als oefening de prestaties verhogen bij leerlingen met rekenmoeilijkheden, maar dat leren ook mogelijk is door instructie alleen. Hoe dit werkt voor gemiddelde en sterke rekenaars wordt niet duidelijk uit dit onderzoek. Wel is gebleken uit ander onderzoek naar rekenen dat instructie in een strategie in combinatie met oefening tot betere resultaten leidt dan oefening zonder instructie (Tournaki, 2003). Dit geldt voor leerlingen met en zonder rekenmoeilijkheden. Ondanks een zekere mate van beheersing ook te bewerkstelligen met instructie alleen, is het meer waarschijnlijk dat leerlingen de strategieën beter leren beheersen wanneer ze er wel mee oefenen, na instructie. Hoewel oefening door de rekenmethoden dus niet verplicht wordt gesteld, valt uit het huidige onderzoek echter niet te achterhalen in hoeverre leerlingen werkelijk oefenen met de aangeboden strategieën.

Een groot verschil tussen Pluspunt en WiG komt naar voren in het aantal en in de verscheidenheid aan getalstrategieën waarin instructie wordt gegeven en op wordt aangestuurd. Leerlingen worden gestimuleerd zelf een strategie te bedenken, met behulp van getalinzicht, waarna het aantal mogelijkheden wordt uitgebreid door onderlinge uitwisseling van deze strategieën. Dit is in lijn met het doel van beide methoden om leerlingen te stimuleren actief bezig te zijn met hun eigen leerproces. Deze doelen komen overeen met de kernpunten van het realistisch rekenonderwijs, waarbij rekenen met inzicht centraal staat evenals het ontwikkelen van een breed scala aan oplossingsstrategieën (Treffers, 1987).

Het is echter opvallend dat leerlingen maar heel zelden expliciet worden aangestuurd op handig delen, terwijl dit een kernpunt is van het realistisch rekenonderwijs (*Besluit vernieuwde kerndoelen WPO*, 2005; Verschaffel, Greer, & De Corte, 2007). Wanneer leerlingen vrij worden gelaten om zelf een strategie te kiezen, is hun keuze afhankelijk van verschillende variabelen, zoals sekse, leeftijd en prestatieniveau (Hickendorff et al., 2010; Redelijkheid, 2013; Van Putten & Hickendorff, 2009). De vraag is of leerlingen op dat moment ook kijken naar de getallen in de opgave en aan de hand daarvan bepalen welke strategie handig zou zijn. Dit wordt inderdaad bevestigd door onderzoek naar strategiegebruik

van leerlingen, waarbij voornamelijk gemiddelde en sterke rekenaars hun strategiekeuze lieten afhangen van de opgave (Hickendorff et al., 2010). De mate waarin leerlingen de best passende strategie bij het probleem kiezen wordt ook wel adaptieve expertise genoemd (Verschaffel, Luwel, Torbeyns, & Van Dooren, 2009). Dat zwakke rekenaars minder adaptief zijn (Hickendorff et al., 2010; Rosenzweig, Krawec, & Montague, 2011; Timmermans & van Lieshout, 2003), strookt met onderzoek waaruit blijkt dat het voor deze leerlingen te moeilijk is om meerdere strategieën te beheersen en deze ook nog eens adaptief in te zetten (Kroesbergen et al., 2004), vanwege een gebrek aan metacognitieve vaardigheden (Rosenzweig et al., 2011). Dit is in lijn met de aanpak van beide rekenmethoden, waarin wordt aangegeven dat zwakke rekenaars slechts één strategie hoeven te gebruiken en maakt het begrijpelijk waarom op *-niveau zelden wordt aangestuurd op handig rekenen. Aangezien gemiddelde en sterke leerlingen van nature adaptiever zijn, lijkt het bij hen niet nodig te zijn om expliciet op handig rekenen aan te sturen. Ten behoeve van de adaptieve expertise wordt aangeraden om de strategiemogelijkheden van leerlingen te vergroten en om leerlingen te helpen hun eigen voorkeur voor een bepaalde strategie te ontdekken (Verschaffel et al., 2009). Het lijkt erop dat beide methoden deze aanpak op **- en ***-niveau inderdaad nastreven, wat in lijn is met de realistische visie op rekenonderwijs (Treffers, 1987)

Vorm. Eveneens onderdeel van de realistische rekenvisie is dat de leerlijn delen getypeerd zou worden door de overgang van context- naar kale opgaven, in plaats van door de logische opvolging van deelstrategieën (Keijzer, Lek, et al., 2011). Deze typering lijkt echter in beide methoden niet of nauwelijks terug te komen. Het klopt dat in Pluspunt in groep 5 verhoudingsgewijs meer contextopgaven worden aangeboden dan in hogere leerjaren, maar de overgang wordt niet trapsgewijs minder. Zo is het aandeel contextopgaven in groep 6 lager dan in groep 7 en 8. Hetzelfde geldt in principe voor WiG, waarbij het percentage contextopgaven in groep 7 hoger is dan in groep 5. Ook daar neemt het aantal contextopgaven niet trapsgewijs af. Wel wordt in beide methoden de rest in contextopgaven geïntroduceerd. In WiG wordt hier echter langer mee doorgegaan dan in Pluspunt.

Omdat leerlingen delen en vermenigvuldigen moeilijker zouden vinden dan optellen en aftrekken, zouden opgaven met deze bewerkingen vaker in een context worden aangeboden, om leerlingen meer inzicht te bieden in de opgave (Keijzer, Lek, et al., 2011). Uit onderzoek in groep 8 is echter gebleken dat contexten een deelsom juist iets moeilijker maken (Hickendorff, 2013). Leerlingen maakten iets meer fouten wanneer opgaven in een context werden gepresenteerd (30% fout) dan wanneer ze kaal werden aangeboden (25% fout). De tegenstrijdige beweringen zouden verklaard kunnen worden door het feit dat groep 8-

leerlingen dermate getraind zijn in contexten dat ze deze niet meer nodig hebben, of er zelfs door gehinderd worden in het oplossingsproces. Een mogelijke oorzaak hiervan zou kunnen zijn dat een gegeven context het maken van een eigen representatie van het probleem in de weg staat, wat invloed heeft op de kennis die wordt geactiveerd (Goldstone & Son, 2005).

Bovendien bleek uit onderzoek naar de presentatie van opgaven dat simpele opgaven beter op te lossen zijn wanneer ze in een verhaal worden gepresenteerd, terwijl complexer opgaven juist beter opgelost worden als ze kaal worden gepresenteerd (Koedinger, Alibali, & Nathan, 2008; Koedinger & Nathan, 2004). Aangezien opgaven in groep 8 complexer zijn, zouden contexten de oplossing ervan kunnen bemoeilijken. In Pluspunt is dit gegeven terug te zien in het feit dat in groep 5, waar de deelopgaven nog relatief simpel zijn, het aandeel contextopgaven het hoogst is. In WiG is echter in groep 7 het aandeel contextopgaven op **- en ***-niveau hoger dan in de andere groepen. Wel zouden beide methoden rekening houden met bovengenoemde bewering doordat op *-niveau meer opgaven in context worden aangeboden (met uitzondering van groep 6), waar doorgaans opgaven met makkelijker getallen worden aangeboden dan op de andere twee niveaus. In WiG is het aandeel contextopgaven op *-niveau echter in alle leerjaren groter dan in Pluspunt. Dit zou erop kunnen wijzen dat in WiG meer tegemoet wordt gekomen aan de zwakke rekenaars door opgaven inzichtelijker te maken met contexten dan in Pluspunt. In de leerkrachthandleiding van WiG wordt bovendien expliciet benoemd dat er door gebruik van contexten wordt aangesloten bij de beleavingswereld van de leerlingen, opdat de leerlingen gaan beseffen waarom rekenen belangrijk is. Het is opmerkelijk dat er in groep 6 in Pluspunt relatief weinig opgaven in context worden aangeboden, waarvan nog het minst op *-niveau, terwijl contextuele ondersteuning daar effectiever zou zijn dan in hogere groepen, waar het aandeel contextopgaven relatief groter is (Koedinger et al., 2008; Koedinger & Nathan, 2004). Aan de hand van bovenstaande gegevens kan geconcludeerd worden dat het gebruik van contexten in beide methoden overeenkomt met enkele aspecten vanuit de literatuur. Beide methoden volgen echter niet volledig de lijn van meer contextopgaven bij simpeler opgaven en minder bij complexer opgaven.

Differentiatie. Naast het verhoudingsgewijs grote aantal contextopgaven wordt er in WiG in groep 5 ook al direct onderscheid gemaakt in het curriculum tussen de drie differentiatieniveaus (in het takenboek), terwijl dit in Pluspunt pas in groep 6 start. In groep 5 zijn er wel al verdiepingsopdrachten voor ***-niveau en wordt er aan zwakke rekenaars verlengde instructie geboden, maar verder maken de leerlingen zoveel mogelijk de opdrachten op hetzelfde niveau. Een voordeel van het zo vroeg mogelijk werken op het eigen niveau is

dat leerlingen nauwelijks gefrustreerd kunnen raken van de (te) moeilijke of makkelijke stof (Tomlinson et al., 2003). Een nadeel is dat leerlingen dan al heel vroeg de richting van een bepaald niveau op gaan, wat vooral op *-niveau mogelijkheden wegneemt (Onderwijsraad, 2010).

Een ander opvallend verschil is dat in WiG de staartdeling op **-niveau uitgebreider wordt uitgelegd dan op ***-niveau, terwijl dit in Pluspunt eerder andersom is. WiG zou ervan uit kunnen gaan dat leerlingen op ***-niveau zelfstandiger zijn en minder instructie nodig hebben om een strategie te begrijpen dan leerlingen op **-niveau (Kanevsky, 2011). Ook zou een insteek kunnen zijn dat leerlingen op ***-niveau zich meer uitgedaagd voelen wanneer geen expliciete uitleg wordt gegeven, maar ze zelf moeten uitvinden hoe de staartdeling werkt (Kanevsky, 2011; Tomlinson et al., 2003), en daardoor gemotiveerder zijn. In Pluspunt wordt deze uitdaging min of meer bereikt doordat de ***-leerlingen de strategie in het werkboek krijgen aangeboden, waarmee ze zelfstandig aan de slag moeten, en doordat ze de staartdeling een stuk eerder krijgen aangeboden dan de leerlingen op **-niveau. Er wordt in de leerkrachthandleiding aangegeven één opgave samen te behandelen en daarbij de 0-notatie uit te leggen. Verder dienen de leerlingen zelf met de ‘manier van de kapitein’ aan de slag te gaan. Op **-niveau leren de leerlingen de staartdeling pas in groep 8 aan. Op dat moment oefenen zij al anderhalf jaar met kolomsgewijs delen en is het waarschijnlijk dat ze deze strategie onder de knie hebben. De instructie wordt gegeven in het verlengde van het kolomsgewijs delen, evenals bij WiG, waarbij de nullen niet meer worden genoteerd en het antwoord direct wordt opgeschreven. Hoewel de leerlingen op ***-niveau in Pluspunt de staartdeling bijna geheel zelfstandig dienen te leren, worden de stappen in het werkboek uitgebreider besproken dan staat beschreven in de leerkrachthandleiding op **-niveau. Dit zou betekenen dat de leerlingen op ***-niveau minstens een even expliciete instructie krijgen als op **-niveau, in tegenstelling tot in WiG. Dit zou mogelijk verklaard kunnen worden doordat de ***-leerlingen de staartdeling verhoudingsgewijs vroeg aangeleerd krijgen en tot dan toe minder met het kolomsgewijs delen hebben geoefend dan wanneer de staartdeling op **-niveau wordt aangeboden. Ook kan het van belang zijn, omdat de leerlingen de strategie zelfstandig dienen te leren, om de uitleg zo compleet mogelijk te maken, zodat er geen essentiële informatie mist. De leerlingen dienen de strategie namelijk wel correct en volledig te leren. Het doel om de leerlingen uitdaging te bieden door de manier waarop ze de strategie krijgen aangeleerd (namelijk zelfstandig, naar voorbeeld van een kapitein), dient geen afbreuk te doen aan de mate van beheersing.

Naast differentiatie op instructie zijn er verschillen in het aanbod van verschillende getalsoorten. In Pluspunt is de verscheidenheid aan getalsoorten op *-niveau kleiner dan op de andere twee niveaus, in alle leerjaren. Het aandeel meercijferige opgaven (en in groep 5 restopgaven) is altijd meer dan 50%, terwijl dit op **- en ***-niveau juist vaak lager is. In WiG is het aandeel en de verdeling van getalsoorten in alle leerjaren juist zeer vergelijkbaar op de drie niveaus, waarbij steeds één getalsoort overheerst (behalve in groep 8). Het aanbieden van verschillende soorten opgaven door elkaar zou bij zwakke rekenaars tot verwarring kunnen leiden, terwijl een meer eentonig aanbod bevorderend kan werken voor het begrip (Tomlinson et al., 2003), zoals in Pluspunt wordt gedaan. Anderzijds draagt het aanbieden van verschillende soorten opgaven bij aan de flexibiliteit waarmee leerlingen leren rekenen, zodat ze ook in het dagelijks leven zich in allerlei situaties kunnen redden (McKenna, Shin, & Ciullo, 2015), zoals in WiG wordt gedaan. Aangezien het oplossen van rekenkundige problemen in het dagelijks leven een kernwaarde is van het realistisch rekenonderwijs, is het belangrijk dat leerlingen een grote variëteit aan rekenopgaven krijgen aangeboden (Freudenthal, 1973). Een consequentie van de beperkte verscheidenheid aan deelopgaven op *-niveau zou kunnen zijn dat de leerlingen minder zelfredzaam worden op rekenkundig gebied. Bij WiG is het aanbod voor leerlingen op *-niveau vergelijkbaar met de hogere niveaus, waardoor deze leerlingen meer geoefend raken in allerlei soorten opgaven dan in Pluspunt, maar wellicht meer moeite ervaren met rekenen door de grote afwisseling in soorten opgaven. Echter, in WiG is het aandeel van één getalsoort in ieder leerjaar overheersend, met uitzondering van groep 8. In WiG krijgen de leerlingen dus een gevarieerd aanbod, maar hoofdzakelijk één getalsoort. Dat brengt stabiliteit en toch oefenen de leerlingen met meerdere getalsoorten. In Pluspunt is het aanbod op **- en ***-niveau wel veelzijdiger dan in WiG, wat leidt tot een grotere flexibiliteit. Hieruit zou geconcludeerd kunnen worden dat het voor leerlingen op *-niveau voordelig is om met WiG te werken, terwijl leerlingen op **- en ***-niveau beter met Pluspunt kunnen werken.

Invloed leerkracht. Hoewel de methode door veel leerkrachten als leidraad wordt gebruikt voor het onderwijsaanbod, bieden de rekenmethoden veel ruimte aan leerkrachten om te bepalen wat er werkelijk wordt aangeboden. Aangezien de methode niet aanstuurt op het leren van één strategie, maar op het leren met en van elkaar, heeft de rekenmethode voornamelijk een begeleidende en ondersteunende rol. Derhalve kan de methode in principe in alle soorten groepen worden ingezet, met een grote verscheidenheid aan leerling-samenstellingen, aangezien iedere groep de methode op een gewenste manier kan gebruiken.

Deze vrijheid en mogelijke invloed van leerkrachten vormt direct een beperking van dit onderzoek, waarop verder wordt ingegaan bij de Beperkingen.

Invloed methode. Eerder is er onderzoek gedaan naar de verschillen tussen de leerlijnen aftrekken tot en met 100 in twee rekenmethoden (Van Zanten & Van den Heuvel-Panhuizen, 2013), waarbij de ene rekenmethode de realistische visie volgde, terwijl de andere methode juist een meer traditionele didactiek volgde. In dat onderzoek werd de conclusie getrokken dat het uitmaakt met welke methode er wordt gewerkt door leerlingen, aangezien het aanbod verschilt naar didactische stroming. In het huidige onderzoek wordt echter aangetoond dat er tevens verschillen zijn tussen methoden met eenzelfde didactische visie. Dit is in lijn met onderzoek van het KNAW (2009) waaruit blijkt dat er veel verschillen bestaan tussen de rekenmethoden en dat de verscheidenheid in rekenmethoden zelfs steeds groter wordt.

Implicaties

Een onderzoek als het huidige, waarbij een vergelijking wordt gemaakt tussen de leerlijnen delen in twee realistische rekenmethoden, is nog niet eerder uitgevoerd. Het vormt een aanvulling en verrijking op de leerlijnoverzichten die voor beide methoden beschikbaar zijn. Daarin wordt aangegeven in welk jaar (half jaar in WiG) welke strategie wordt aangeleerd of met welke strategie wordt geoefend. Ook wordt aangegeven met welke getallen de leerlingen gaan werken (waarbij vooral de grootte van de getallen wordt benoemd; bijvoorbeeld ‘delen door 10, 100 en 1000’) en of er voornamelijk kale of contextopgaven aanbod komen. Het wordt echter niet duidelijk welke strategie precies wanneer aanbod komt, op welke manier instructie wordt gegeven, om hoeveel opgaven het gaat en hoe de opgaven worden aangeboden. Bovendien wordt er geen gedetailleerd onderscheid gemaakt in differentiatieniveau (enkel in groep 7 en 8 van Pluspunt worden de verschillen tussen fundamenteel en streefniveau besproken). Met de beschreven leerlijnen van de twee rekenmethoden in dit onderzoek ontstaat een duidelijker en gedetailleerder beeld van de manier waarop de bewerking delen in de twee methoden wordt aangeleerd en toegepast.

De gedetailleerde beschrijving van de leerlijnen delen en de onderlinge vergelijking ervan kunnen gebruikt worden in combinatie met onderzoeken naar de deelprestaties en het strategiegebruik van leerlingen om te bepalen welk onderwijsaanbod efficiënter zou zijn. Het huidige onderzoek is mede opgezet om bij te dragen aan een overkoepelend onderzoek naar strategiegebruik in Nederland en Vlaanderen met betrekking tot de bewerking delen. In combinatie met het curriculum dat aan de leerlingen is aangeboden, zeggen het

strategiegebruik van leerlingen en de leerlingprestaties iets over de effectiviteit van het onderwijsaanbod.

Naast het evalueren van de effectiviteit van het onderwijsaanbod kunnen de leerlijnen en de vergelijking goed geraadpleegd worden door scholen die op zoek zijn naar een nieuwe rekenmethode. Aangezien de leerlijnoverzichten van de methoden zelf maar een beperkt beeld geven van het curriculum, zouden scholen van de vergelijking in dit onderzoek gebruik kunnen maken om te bepalen welke methode beter past bij (de visie van) de school.

Ter ondersteuning van die keuze zou het wenselijk zijn dat uitgevers van (reken)methoden een verantwoording uitgeven behorend bij de methode, waarin ze hun doel en strategie uitleggen. Dan wordt duidelijk, vooral voor scholen, waarom bepaalde keuzes zijn gemaakt en welke theorieën hierbij in acht zijn genomen. In plaats van enkel een zichtzending, die scholen kunnen bestellen om de belangrijkste materialen uit te proberen, zou een verantwoording beschikbaar gesteld dienen te worden die scholen met hun eigen visie kunnen vergelijken en zo kunnen bepalen of de methode aan hun wensen voldoet.

Beperkingen

Hoewel dit onderzoek een gedetailleerd overzicht geeft van de leerlijn delen van groep 5 t/m 8 in de twee meest gebruikte rekenmethoden in Nederland, is een mogelijke beperking van de huidige studie dat niet alle materialen zijn geanalyseerd die de rekenmethoden aanbieden om in het onderwijs gebruik van te maken. Daardoor zou de beschrijving en vergelijking van de leerlijnen in dit onderzoek onvolledig kunnen zijn. Hierbij gaat het om de digitale materialen waarmee op steeds meer scholen wordt gewerkt en om de extra oefenboeken. Deze materialen zijn buiten beschouwing gelaten omdat niet in de methode staat vastgelegd welke leerlingen daar mee werken, wanneer ze dat doen en in welke mate. Bovendien is de leerstof van de verlengde instructie buiten beschouwing gelaten omdat niet duidelijk is welke leerlingen dat structureel zouden krijgen. Tot slot zijn de toets en de remediëringslessen buiten beschouwing gelaten. Welke leerlingen met welke stof aan de slag gaan hangt af van de mate van beheersing. Dit zal dus per blok en per leerling verschillen. In verschillende onderzoeken is echter aangetoond dat leerlingen ook nog leren bij het maken van een toets en bij het verbeteren van hun fouten (Roediger & Butler, 2011; Wissman, Rawson, & Pyc, 2011). Het zou dus een aanvulling zijn om in toekomstig onderzoek ook de toetsopgaven in kaart te brengen.

Tevens zijn in deze studie niet alle strategieën geanalyseerd die de methode introduceert. Op basis van literatuur is bepaald welke strategieën in de leerlijn delen voorkomen ((Hickendorff et al., 2010; Keijzer, Lek, et al., 2011; Treffers, 1987; Veltman &

Van den Heuvel-Panhuizen, 2010). Deze strategieën zijn vervolgens opgenomen in de onderzoeksopzet en in het analyseschema. Echter, zowel in de kerndoelen (SLO, n.d.-a) als in de twee rekenmethoden komen naast de geanalyseerde strategieën ook andere strategieën voor. Ondanks dat deze strategieën in de literatuur niet worden genoemd, maken ze onderdeel uit van het onderwijsaanbod en geven ze inzicht in de leerlijn van de bewerking delen. Om die reden zouden in vervolgonderzoek alle voorkomende strategieën die deel uitmaken van de leerlijn delen meegenomen dienen te worden in de analyse.

De grootste beperking van dit onderzoek is dat slechts het beoogde curriculum in kaart is gebracht (Van Zanten & Van den Heuvel-Panhuizen, 2013). De manier waarop de methode door de leerkracht wordt ingezet bepaalt de uitvoering van het curriculum (Tobin, 1987). Ten slotte bepaalt de manier waarop en de mate waarin de leerlingen de stof tot zich nemen het bereikte curriculum (McKenney, Nieveen, & Van den Akker, 2006). Dit is wat de leerlingen uiteindelijk hebben geleerd. Er zitten dus twee stappen tussen het aanbod in de rekenmethode en dat wat de leerlingen uiteindelijk hebben geleerd. Om een compleet beeld te krijgen van het rekenonderwijs dat leerlingen in Nederland krijgen, dient onderzocht te worden op welke manier de methoden in de praktijk worden gebruikt. Daarbij zou ook uitgezocht dienen te worden welke materialen al dan niet worden ingezet. Uit eerder onderzoek is gebleken dat rekenmethoden worden gebruikt als leidraad voor het onderwijs (Cito, 2011, 2013). Desalniettemin geeft bijna 40% van de leerkrachten aan naast de methode nog aanvullende materialen te gebruiken (Scheltens et al., 2013). Bovendien wordt in de rekenmethoden zelf aangegeven dat de leerkracht (in samenspraak met de leerlingen) bepaalt welke opgaven gemaakt dienen te worden (om aan te sluiten bij de leerbehoeften van de leerling) en welk strategiegebruik daarbij toegepast zou mogen worden. In de handleiding wordt aan de leerkracht aangegeven bij welke opgave welke instructie gegeven dient te worden. Het zou echter goed kunnen dat de leerkracht hier van afwijkt. Een goede leerkracht is er een die de methode zo weet in te zetten dat de leerlingen er optimaal van leren (McKenna et al., 2015). Het letterlijk volgen van de methode is daarvoor geen vereiste.

Aanbevelingen

Samengevat zijn de aanbevelingen voor toekomstig onderzoek om voor de leerlijn delen ook de andere materialen in kaart te brengen, waarvan in ieder geval de toets, de extra werkboeken en het digitale materiaal. Hierbij dient aandacht te zijn voor alle deelstrategieën die in de methoden aan bod komen. Daarnaast zou onderzocht dienen te worden hoe leerkrachten de rekenmethoden daadwerkelijk inzetten in hun klas. Zo ontstaat een duidelijker beeld van het uitgevoerde curriculum. Uiteraard verschilt ook dit per leerkracht, waardoor dit

onderzoek een grote variëteit aan mogelijkheden zou kunnen weergeven. Verder zou het goed zijn om het huidige onderzoek ook voor andere rekenmethoden uit te voeren, zodat een vergelijking gemaakt kan worden tussen alle rekenmethoden die op dit moment worden gebruikt in het Nederlands rekenonderwijs. Dat zou een compleet beeld geven van de rekencurricula die in Nederland gebruikt worden. In combinatie met de leerlingprestaties kan dan bepaald worden welke methode het meest succesvol is, wellicht met onderscheid naar populatie.

Referenties

- Anghileri, J., Beishuizen, M., & van Putten, K. (2002). From Informal Strategies to Structured Procedures: mind the gap! *Educational Studies in Mathematics*, 49(2), 149–170. Retrieved September 11, 2015, from <http://dx.doi.org/10.1023/A:1016273328213>
- Bachman, H. J., Votruba-Drzal, E., El Nokali, N. E., & Castle Heatly, M. (2015). Opportunities for Learning Math in Elementary School: Implications for SES Disparities in Procedural and Conceptual Math Skills. *American Educational Research Journal*, 52(5), 894–923. doi:10.3102/0002831215594877
- Besluit kerndoelen basisonderwijs (1993). Nederland. Retrieved June 9, 2015, from [file://vuw/Personal\\$/Homes/09/s0944653/Downloads/kerndoelen1993deel1.pdf](file://vuw/Personal$/Homes/09/s0944653/Downloads/kerndoelen1993deel1.pdf)
- Besluit kerndoelen basisonderwijs 1998. Staatsblad 354 (1998). Nederland. Retrieved June 12, 2015, from <https://zoek.officielebekendmakingen.nl/stb-1998-354.html>
- Besluit vernieuwde kerndoelen WPO (2005). Retrieved March 18, 2015, from http://wetten.overheid.nl/BWBR0018844/geldigheidsdatum_28-10-2015
- Brown, M. (2011). Going back or going forward? Tensions in the formulation of a new National Curriculum in mathematics. *Curriculum Journal*, 22(2), 151–165. doi:10.1080/09585176.2011.574882
- Budé, L., Imbos, T., van de Wiel, M. W., & Berger, M. P. (2010). The effect of distributed practice on students' conceptual understanding of statistics. *Higher Education*, 62(1), 69–79. doi:10.1007/s10734-010-9366-y
- Cito. (2011). *Balans van het reken-wiskundeonderwijs halverwege de basisschool 5. Uitkomsten van de vijfde peiling in 2010*. Arnhem. Retrieved December 18, 2014, from http://www.cito.nl/onderzoek-en-wetenschap/deelname_nat_onderzoek/ppon/balansen_rapporten
- Cito. (2013). *Balans van het basisonderwijs. PPON: 25 jaar kwaliteit in beeld*. Arnhem. Retrieved December 18, 2014, from http://www.cito.nl/onderzoek-en-wetenschap/deelname_nat_onderzoek/ppon/balansen_rapporten
- Commissie Meijerink. (2008a). *Over de drempels met rekenen*. Enschede. Retrieved December 18, 2014, from http://www.taalenrekenen.nl/referentiekader/rel_doc/referentiekader/
- Commissie Meijerink. (2008b). *Over de drempels met taal en rekenen*. Enschede. Retrieved December 18, 2014, from http://www.taalenrekenen.nl/referentiekader/rel_doc/referentiekader/
- De Bruin, E. (2009, January 26). De strijd om de staartdeling. *NRC Wetenschap*. Retrieved February 8, 2015, from http://vorige.nrc.nl/wetenschap/article1880431.ece/De_strijd_om_de_staartdeling
- Dekker, S., & Bussemaker, J. (2014). *Voortgangsrapportage invoering referentieniveaus taal*

- en rekenen 2014*. Den Haag. Retrieved September 8, 2015, from <https://www.rijksoverheid.nl/documenten/kamerstukken/2014/06/13/kamerbrief-overvoortgangsrapportage-invoering-referentieniveaus-taal-en-rekenen-2014>
- Dijksma, S. A. M. (2008). *Inspectierapport: Basisvaardigheden rekenen-wiskunde*. Den Haag. Retrieved December 19, 2014, from <http://www.rijksoverheid.nl/documenten-en-publicaties/kamerstukken/2008/09/30/inspectierapport-basisvaardigheden-rekenen-wiskunde.html>
- Doabler, C. T., Fien, H., Nelson-Walker, N. J., & Baker, S. K. (2012). Evaluating Three Elementary Mathematics Programs for Presence of Eight Research-Based Instructional Design Principles. *Learning Disability Quarterly*, 35(4), 200–211. doi:10.1177/0731948712438557
- Freudenthal, H. (1973). *Mathematics as an educational task* (1st ed.). Dordrecht, Holland: D. Reidel.
- Freudenthalinstituut. (n.d.). De kwaliteit van het reken-wiskundeonderwijs (2). Het vernieuwde rekenonderwijs. Retrieved December 19, 2014, from [www.fi.uu.nl/dll/documents/kwaliteit\(2\).doc](http://www.fi.uu.nl/dll/documents/kwaliteit(2).doc)
- Fuchs, L. S., Powell, S. R., Seethaler, P. M., Cirino, P. T., Fletcher, J. M., Fuchs, D., & Hamlett, C. L. (2010). The Effects of Strategic Counting Instruction, with and without Deliberate Practice, on Number Combination Skill among Students with Mathematics Difficulties. *Learning and Individual Differences*, 20(2), 89–100. doi:10.1016/j.lindif.2009.09.003
- Goldstone, R. L., & Son, J. Y. (2005). The transfer of scientific principles using concrete and idealized simulations. *Journal of Learning Sciences*, 14(1), 69–110. doi:10.1207/s15327809jls1401
- Gravemeijer, K. P. E. (2007). Reken-wiskundeonderwijs anno 2007 - tussen oude waarden en nieuwe uitdagingen -. *Panama-Post*, 26(4), 3–10.
- Groot, T. J. C. de, Kruijf, J. de, & Mierlo, X. J. P. A. van. (2010, September). *Traditioneel en realistisch rekenen: Een paradox of een succesformule?* Universiteit Utrecht. Retrieved February 8, 2015, from <http://dspace.library.uu.nl/handle/1874/179717>
- Hemker, B., & Van Weerden, J. (2014). *Peiling van de rekenvaardigheid en de taalvaardigheid in jaargroep 8 van het basisonderwijs in 2014*. Arnhem, Nederland. Retrieved June 8, 2015, from http://www.cito.nl/onderzoek-en-wetenschap/deelname_nat_onderzoek/ppon/jaarlyjks_peilingsonderzoek/jaarlyjks_peiling_sonderzoek_zevende_meting
- Heutink. (n.d.). *Heutink biedt het overzicht! Zes grote rekenmethoden op een rij!* Retrieved June 9, 2015, from <http://www.methodewereld.nl/common/downloads/rekenmethoden.pdf>

- Hickendorff, M. (2013). The Effects of Presenting Multidigit Mathematics Problems in a Realistic Context on Sixth Graders' Problem Solving. *Cognition and Instruction*, 31(3), 314–344. doi:10.1080/07370008.2013.799167
- Hickendorff, M., Heiser, W. J., van Putten, C. M., & Verhelst, N. D. (2009). Solution Strategies and Achievement in Dutch Complex Arithmetic: Latent Variable Modeling of Change. *Psychometrika*, 74(2), 331–350. doi:10.1007/s11336-008-9074-z
- Hickendorff, M., Van Putten, C. M., Verhelst, N. D., & Heiser, W. J. (2010). Individual differences in strategy use on division problems: Mental versus written computation. *Journal of Educational Psychology*, 102(2), 438–452. doi:10.1037/a0018177
- Janssen, J., Van der Schoot, F., & Hemker, B. (2005). *Balans van het reken-wiskundeonderwijs aan het einde van de basisschool 4. Uitkomsten van de vierde peiling in 2004*. Arnhem. Retrieved December 18, 2014, from [http://www.cito.nl/onderzoek en wetenschap/deelname_nat_onderzoek/ppon/balansen_rapporten](http://www.cito.nl/onderzoek-en-wetenschap/deelname_nat_onderzoek/ppon/balansen_rapporten)
- Janssen, J., Van der Schoot, F., Hemker, B., & Verhelst, N. (1999). *Balans van het reken-wiskundeonderwijs aan het einde van de basisschool 3*. Arnhem. Retrieved December 18, 2014, from [http://www.cito.nl/onderzoek en wetenschap/deelname_nat_onderzoek/ppon/balansen_rapporten](http://www.cito.nl/onderzoek-en-wetenschap/deelname_nat_onderzoek/ppon/balansen_rapporten)
- Kanevsky, L. (2011). Differential Differentiation: What Types of Differentiation Do Students Want? *Gifted Child Quarterly*, 55(4), 279–299. doi:10.1177/0016986211422098
- Keijzer, R., Lek, A., Lit, S., Oonk, W., & Van Waveren Hogervorst, C. (2011). Deel 1: Hele getallen. In W. Oonk, R. Keijzer, & S. Lit (Eds.), *Rekenen-wiskunde in de praktijk: Kerninzichten* (pp. 13–101). Groningen/Houten, The Netherlands: Noordhoff Uitgevers.
- Keijzer, R., Lit, S., & Oonk, W. (2011). Deel 4: Verdieping van de professionaliteit. In W. Oonk, R. Keijzer, & S. Lit (Eds.), *Rekenen-wiskunde in de praktijk: Kerninzichten* (pp. 247–267). Groningen/Houten, The Netherlands: Noordhoff Uitgevers.
- Kilpatrick, J., Swafford, J., & Findell, B. (2001). *Adding it up: Helping children learn mathematics*. (J. Kilpatrick, J. Swafford, & B. Findell, Eds.). Washington, DC: National Academy Press.
- KNAW. (2009). *Rekenonderwijs op de basisschool. Analyse en sleutels tot verbetering*. Amsterdam.
- Koedinger, K. R., Alibali, M. W., & Nathan, M. J. (2008). Trade-Offs Between Grounded and Abstract Representations : Evidence From Algebra Problem Solving, 32, 366–397. doi:10.1080/03640210701863933
- Koedinger, K. R., & Nathan, M. J. (2004). The Real Story Behind Story Problems : Effects of Representations on Quantitative Reasoning, 13(2), 129–164.
- Kordes, J., Bolsinova, M., Limpens, G., & Stolwijk, R. (2013). *Resultaten PISA-2012: Praktische kennis en vaardigheden van 15-jarigen*.

- Kroesbergen, E. H., Luit, J. E. H. Van, & Maas, C. J. M. (2004). Effectiveness of Explicit and Constructivist Mathematics Instruction for Low-Achieving Students in the Netherlands. *The Elementary School Journal*, 104(3), 233. doi:10.1086/499751
- Lockheed, M. E., Vail, S. C., & Fuller, B. (1986). How Textbooks Affect Achievement in Developing Countries: Evidence From Thailand. *Educational Evaluation and Policy Analysis*, 8(4), 379–392. doi:10.3102/01623737008004379
- Logan, G. D. (1990). Repetition priming and automaticity: Common underlying mechanisms? *Cognitive Psychology*, 22(1), 1–35. doi:10.1016/0010-0285(90)90002-L
- Malmberg. (2015a). De wereld in getallen. Rekenen op z'n best! Retrieved June 12, 2015, from <http://www.malmberg.nl/Basisonderwijs/Methodes/Rekenen/De-wereld-in-getallen.htm>
- Malmberg. (2015b). Pluspunt. Dat is duidelijk! Retrieved June 12, 2015, from <http://www.malmberg.nl/Basisonderwijs/Methodes/Rekenen/Pluspunt.htm>
- Mayer, R. E. (1983). Can you repeat that? Qualitative effects of repetition and advance organizers on learning from science prose. *Journal of Educational Psychology*, 75(1), 40–49. doi:10.1037/0022-0663.75.1.40
- McKenna, J. W., Shin, M., & Ciullo, S. (2015). Evaluating Reading and Mathematics Instruction for Students With Learning Disabilities: A Synthesis of Observation Research. *Learning Disability Quarterly*, 38(4), 195–207. doi:10.1177/0731948714564576
- McKenney, S., Nieveen, N., & Van den Akker, J. (2006). Design research from a curriculum perspective. In J. Van den Akker, K. Gravemeijer, S. McKenney, & N. Nieveen (Eds.), *Educational Design Research* (pp. 67–92). London and New York: Routledge. Retrieved October 30, 2015, from <https://books.google.nl/books?hl=nl&lr=&id=CMR8AgAAQBAJ&oi=fnd&pg=PA67&dq=curriculum+perspective+Akker&ots=mSPRhL5hu-&sig=5a4jm7lpnySGjz3CTsYLT0tqFos#v=onepage&q&f=false>
- Meelissen, M. R. M., Netten, A., Drent, M., Punter, R. A., Droop, M., & Verhoeven, L. (2012). *PIRLS- en TIMSS-2011*. Nijmegen en Enschede.
- Ministerie van AZ. (2007). *Samen werken samen leven: Beleidsprogramma Kabinet Balkenende IV 2007-2011*. Den Haag, Nederland. Retrieved June 15, 2014, from <http://www.rijksoverheid.nl/documenten-en-publicaties/rapporten/2007/06/14/beleidsprogramma-2007-2011.html>
- Ministerie van AZ. (2012). *Bruggen slaan; Regeerakkoord VVD-PvdA*. Den Haag, Nederland. Retrieved June 15, 2014, from <http://www.rijksoverheid.nl/documenten-en-publicaties/rapporten/2012/10/29/regeerakkoord.html>
- Ministerie van OCW. (2006). *Kerndoelen primair onderwijs*. Den Haag, Nederland:

- DeltaHage. Retrieved February 7, 2015, from <http://www.slo.nl/primair/kerndoelen/Kerndoelenboekje.pdf>
- Ministerie van OCW. (2007). *Scholen voor morgen: Samen op weg naar duurzame kwaliteit in het primair onderwijs*. Retrieved June 8, 2015, from <http://www.rijksoverheid.nl/bestanden/documenten-en-publicaties/notas/2007/11/28/kwaliteitsagenda-po/49767a.pdf>
- Ministerie van OCW. (2009). *Referentiekader taal en rekenen*. Enschede, Nederland: Lulof druktechniek, Almelo. Retrieved February 7, 2015, from <http://www.steunpunttaalenrekenenvo.nl/sites/default/files/referentiekader-taal-en-rekenen-referentieniveaus.pdf>
- Ministerie van OCW. (2011). *Actieplan “Basis voor Presteren”: Naar een ambitieuze leercultuur voor alle leerlingen*. Den Haag, Nederland. Retrieved June 15, 2015, from <http://www.rijksoverheid.nl/onderwerpen/basisonderwijs/documenten-en-publicaties/kamerstukken/2011/05/23/actieplan-po-basis-voor-presteren.html>
- Molema, M. J. (2010, April). Analyse van een realistische en een traditionele rekenmethode in groep 3: verschillen tussen Pluspunt en Reken zeker, (april), 1–12. Retrieved December 18, 2014, from www.rug.nl/research/groningen-institute.../analyserekenmethodes2.pdf
- Mullis, I. V. S., Martin, M. O., Foy, P., & Arora, A. (2012). *TIMMS 2011 International Results in Mathematics*.
- OECD. (2015). *Education Policy Outlook 2015: Making Reforms Happen*. OECD Publishing. doi:10.1787/9789264225442-en
- Onderwijsraad. (2010). Vroeg of laat. Retrieved October 30, 2010, from <https://www.onderwijsraad.nl/publicaties/2010/vroeg-of-laat/volledig/item343>
- Rademakers, G., Van Putten, C., Beishuizen, M., & Janssen, J. (2004). Traditionele en realistische algoritmen bij het oplossen van deelsommen in groep 8 - een nadere analyse van PPO-materiaal uit 1997 -. *Panama-Post*, 23(4), 3–7.
- Redelijkheid, M. M. (2013). *Dutch third to sixth graders' strategy use in solving complex division problems*. Universiteit Leiden.
- Roediger, H. L., & Butler, A. C. (2011). The critical role of retrieval practice in long-term retention. *Trends in Cognitive Sciences*, 15(1), 20–27. doi:10.1016/j.tics.2010.09.003
- Ros, B. (2009). Staartdelen of happen . *Didaktief*, 39(1-2), 4–8. Retrieved from <http://www.fi.uu.nl/nl/nieuws/didaktief39.pdf>
- Rosenzweig, C., Krawec, J., & Montague, M. (2011). Metacognitive strategy use of eighth-grade students with and without learning disabilities during mathematical problem solving: a think-aloud analysis. *Journal of Learning Disabilities*, 44(6), 508–20. doi:10.1177/0022219410378445

- Scheltens, F., Hemker, B., & Vermeulen, J. (2013). *Balans van het reken-wiskundeonderwijs aan het einde van de basisschool 5. Uitkomsten van de vijfde peiling in 2011*. Arnhem. Retrieved December 18, 2014, from http://www.cito.nl/onderzoek-en-wetenschap/deelname_nat_onderzoek/ppon/balansen_rapporten
- Schutte, G. M., Duhon, G. J., Solomon, B. G., Poncy, B. C., Moore, K., & Story, B. (2015). A comparative analysis of massed vs. distributed practice on basic math fact fluency growth rates. *Journal of School Psychology, 53*(2), 149–59. doi:10.1016/j.jsp.2014.12.003
- SLO. (n.d.-a). TULE inhouden & activiteiten: Kerndoel 29. Retrieved February 6, 2015, from <http://tule.slo.nl/RekenenWiskunde/F-L29.html>
- SLO. (n.d.-b). TULE inhouden & activiteiten: Kerndoel 30. Retrieved February 6, 2015, from <http://tule.slo.nl/RekenenWiskunde/F-L30.html>
- SLO. (2009). TULE inhouden & activiteiten: Concretisering van de kerndoelen. Retrieved June 9, 2015, from <http://tule.slo.nl/Inleiding/F-KDToelichting.html>
- Stichting Goed Rekenonderwijs. (n.d.). Reken Zeker. Retrieved June 15, 2015, from <http://www.goedrekenonderwijs.nl/reken-zeker-docenten/>
- Teule-Sensacq, P., & Vinrich, G. (1982). Résolution de problèmes de division au cycle élémentaire dans deux types de situations didactiques. *Educational Studies in Mathematics, 13*(2), 177–203. doi:10.1007/BF00460710
- Timmermans, R. E., & van Lieshout, E. C. D. M. (2003). Influence of instruction in mathematics for low performing students on strategy use. *European Journal of Special Needs Education, 18*(1), 5–16. doi:10.1080/0885625032000042285
- Tobin, K. (1987). Forces which shape the implemented curriculum in high school science and mathematics. *Teaching and Teacher Education, 3*(4), 287–298. doi:10.1016/0742-051X(87)90021-7
- Tomlinson, C. A., Brighton, C., Callahan, C. M., Moon, T. R., Brimijoin, K., Conover, L. a, & Reynolds, T. (2003). Differentiating Instruction in Response to Student Readiness , Interest , and Learning Profile in Academically Diverse Classrooms : A Review of Literature. *Journal for the Education of the Gifted, 27*(2/3), 119–145. doi:10.1177/016235320302700203
- Torbeyns, J., Smedt, B., Ghesquière, P., & Verschaffel, L. (2009). Jump or compensate? Strategy flexibility in the number domain up to 100. *ZDM Mathematics Education, 41*(5), 581–590. doi:10.1007/s11858-009-0187-3
- Torbeyns, J., & Verschaffel, L. (2013). Efficient and flexible strategy use on multi-digit sums: a choice/no-choice study. *Research in Mathematics Education, 15*(2), 129–140. doi:10.1080/14794802.2013.797745
- Tournaki, N. (2003). The Differential Effects of Teaching Addition Through Strategy

- Instruction Versus Drill and Practice to Students With and Without Learning Disabilities. *Journal of Learning Disabilities*, 36(5), 449–458. Retrieved October, 30, 2015, from <http://web.b.ebscohost.com/ehost/detail/detail?sid=1c7f92bf-b4f8-4f86-99c8-c21d1d9f1ad7%40sessionmgr120&vid=0&hid=102&bdata=JnNpdGU9ZWWhvc3QtbGl2ZQ%3d%3d#AN=10697468&db=pbh>
- Treffers, A. (1987). Integrated column arithmetic according to progressive schematisation. *Educational Studies in Mathematics*, 18(2), 125–145. doi:10.1007/BF00314723
- Treffers, A. (2007). De kwaliteit van het reken-wiskundeonderwijs, 11–17. Retrieved December 18, 2014, from www.fi.uu.nl/publicaties/literatuur/7070.pdf
- Van Bijsterveldt-Vliegthart, M. (2011). *Voortgangsrapport implementatie referentiekader taal en rekenen*. Den Haag. Retrieved December 23, 2014, from <http://www.taalenrekenen.nl/downloads/kamerbrief-voortgang-implementatie-referentiekader-taal-en-rekenen.pdf/>
- Van de Craats, J. (2007). Waarom Daan en Sanne niet kunnen rekenen, (2), 132–136. Retrieved February 13, 2014, from <https://staff.fnwi.uva.nl/j.vandecraats/CraatsRekenenNAW.pdf>
- Van den Heuvel-Panhuizen, M. (2009). Hoe rekent Nederland ? *Nieuwe Wiskrant*, 28(4), 8–15.
- van den Heuvel-Panhuizen, M. (2010). Reform under attack - Forty Years of Working on Better Mathematics Education thrown on the Scrapheap? No Way! In L. Sparrow, B. Kissane, & C. Hurst (Eds.), *Shaping the future of Mathematics Education: 33rd annual conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia*. Fremantle: MERGA.
- Van Putten, C. M., & Hickendorff, M. (2009). Peilstokken voor Plasterk: Evaluatie van de rekenvaardigheid in groep 8. *Tijdschrift Voor Orthopedagogiek*, 48, 183–194.
- Van Zanten, M., & Van den Heuvel-Panhuizen, M. (2014). Freedom of Design: The Multiple Faces of Subtraction in Dutch Primary School Textbooks. In Y. Li & G. Lappan (Eds.), *Mathematics Curriculum in School Education* (pp. 231–259). Dordrecht, Holland: Springer. doi:10.1007/978-94-007-7560-2_12
- Van Zanten, M., & Van den Heuvel-Panhuizen, M. (2013). Opportunity-to-learn van aftrekken tot 100 in twee reken- wiskundemethodes. *Reken-Wiskundeonderwijs: Onderzoek, Ontwikkeling, Praktijk*, 32, 1–12.
- Veltman, A., & Van den Heuvel-Panhuizen, M. (2010). *Rekenen met hele getallen op de basisschool: Tussendoelen Annex Leerlijnen* (1st ed.). Groningen/Houten, The Netherlands: Wolters-Noordhoff bv.
- Verhoef, G., Verbrugge, A., Bergen, P., & Den Heijer, K. (2015). “*Rekentoets in vo en mbo*”, *aan de orde in het AO op 28 januari 2015*. Amsterdam. Retrieved September 7, 2015,

from

http://www.beteronderwijsnederland.nl/sites/beteronderwijsnederland.nl/files/Notitie_BONrekentoets_def_cie_telegraaf.pdf#overlay-context=nieuws/bon-realistisch-rekenen-geen-rekenen-maar-een-verdienmodel

Verschaffel, L., Greer, B., & De Corte, E. (2007). Whole number concepts and operations. In F. K. J. Lester (Ed.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning* (1st ed., pp. 557–628). Charlotte, NC: Information Age.

Verschaffel, L., Luwel, K., Torbeyns, J., & Van Dooren, W. (2009). Conceptualizing, investigating, and enhancing adaptive expertise in elementary mathematics education. *European Journal of Psychology of Education*, 24(2003), 335–359. doi:10.1007/BF03174765

Wei, M. H., & Dzeng, H. (2014). A Comparison Study of Math Education and Math Performance between Asian Countries and the United States. *Journal of Socialomics*, 03(02). doi:10.4172/2167-0358.1000111

Wet referentieniveaus Nederlandse taal en rekenen (2010). Den Haag, Nederland. Retrieved February 7, 2015, from http://www.taalenrekenen.nl/referentiekader/rel_doc/downloads/wet-ref-niv.pdf/

Wissman, K. T., Rawson, K. A., & Pyc, M. A. (2011). The interim test effect: Testing prior material can facilitate the learning of new material. *Psychonomic Bulletin & Review*, 18(6), 1140–1147. doi:10.3758/s13423-011-0140-7

Bijlage A. Referentieniveaus bewerking delen basisonderwijs

Referentieniveaus rekenen zoals beschreven door de Commissie Meijerink (2008a) en het Ministerie van OCW (2009).

Niveau 1F

Paraat hebben:

- Deling uit de tafels t/m 10 uitrekenen ($45 : 5 =$; $32 : 8 =$)
- Uit het hoofd delen met nullen en met eenvoudige decimale getallen ($3600 : 100 =$)
- Meercijferige getallen (max. 3 cijfers) delen door meercijferige getallen (max. 2 cijfers), met of zonder rest ($132 : 16 =$)

Functioneel te gebruiken:

- In de contexten met 'rest' interpreteren of verwerken

Weten waarom:

- Interpreteren van een uitkomst 'met rest' bij gebruik van een rekenmachine.

Niveau 1S

Paraat hebben:

- Delingen uit de tafels (t/m 10) uit het hoofd kennen
- Uit het hoofd delen met nullen en met complexere getallen en decimale getallen ($18 : 100 =$)
- Delen met rest of (afgerond) decimaal getal ($122 : 5 =$)
- Een geheel getal delen door een breuk of gemengd getal ($10 : 2\frac{1}{2} =$)
- Een breuk of gemengd getal delen door een breuk, vooral binnen een situatie: $1\frac{1}{2} : \frac{1}{4}$ hoeveel pakjes van $\frac{1}{4}$ liter moet je kopen als je $1\frac{1}{2}$ liter slagroom nodig hebt?

Bijlage B. Inclusie- en exclusiecriteria

Inclusiecriteria	Voorbeelden	Exclusiecriteria						
Het quotiënt van twee getallen moet worden berekend	$525 : 5 =$ $2240 = 24 \times \dots$ $720 = \dots \times 30$	Het quotiënt van meer dan twee getallen moet worden berekend						
De twee getallen zijn gegeven door de methode (of kunnen bepaald worden door maximaal tien voorwerpen te tellen)	Hoe verdeel je 24 olieballen? <i>Zes kinderen staan getekend rondom een tafel met een schaal olieballen (Figuur B1).</i>	Er wordt voortgebouwd op een eerdere berekening, de leerlingen bedenken zelf opgaven of de getallen zijn gegeven zonder bewerking						
De deler en/of het quotiënt is/zijn meercijferig	Deler: $72 : \mathbf{24} = 3$ Quotiënt: $120 : 4 = \mathbf{30}$ D. + Q.: $6230 : \mathbf{35} = \mathbf{178}$	De deler en het quotiënt zijn enkelcijferig (deeltafels inclusief de tafel van 10)						
Verhoudingstabellen (bewerking en/of hoeveelheid per stuk is/zijn gegeven, of deze moet berekend worden met een enkelvoudige handeling)	<table border="1"> <tr> <td>Fles</td><td>1</td><td>?</td></tr> <tr> <td>Glazen</td><td>6</td><td>72</td></tr> </table> Uit 1 fles limonade gaan 6 glazen. Hoeveel flessen zijn nodig voor 72 glazen?	Fles	1	?	Glazen	6	72	Verhoudingstabellen (bewerking en hoeveelheid per stuk zijn niet gegeven of een meervoudige handeling is nodig om de opgave te berekenen)
Fles	1	?						
Glazen	6	72						
Sprongen (stapgrootte is gegeven)	Deel steeds door 10: $5000 - 500 - \dots$	Sprongen (stapgrootte is niet gegeven)						
Omrekenen van eenheden (enkelvoudige handeling – $\text{cm} > \text{m}$), waarvoor een deling nodig is	$1 \text{ m} = 10 \text{ dm} = 100 \text{ cm} = 1000 \text{ mm}$ $\dots \text{ m} = 200 \text{ cm}$	Omrekenen van eenheden (meervoudige handeling – $\text{cm}^3 > \text{dl}$, deeltal niet gegeven)						
De eenheden in de opgave zijn gelijk (cm en cm) of ongelijk (cm en m) aan elkaar, waarbij een omzetting nodig kan zijn ($\text{cm} > \text{m}$)	Hoeveel glazen van 200 ml kunnen gevuld worden met 6 literflessen?	Er worden verschillende eenheden in de opgave gebruikt (cm en dl)						
De deelopgave en het quotiënt zijn gegeven (als de leerling de opgave moet uitrekenen en het antwoord moet controleren op juistheid)	Waar of niet waar: $1000 : 100 = 1$	De deelopgave en het quotiënt zijn gegeven (als de leerling de opgave niet hoeft uit te rekenen, bv. voorbeeldopgave)						
Deelbaarheid van getallen bepalen (het quotiënt is een heel meercijferig getal)	Welke getallen zijn deelbaar door 3? <i>49, 57, 23, 68, 72, 52</i>	Deelbaarheid van getallen bepalen (het quotiënt is geen heel meercijferig getal)						
Het gemiddelde berekenen (het deeltal en de deler zijn gegeven)	Bij 4 pontvaarten varen in totaal 644 passagiers mee. Hoeveel passagiers zijn dat gemiddeld?	Het gemiddelde berekenen (de hoeveelheden moeten eerst worden opgeteld)						
Kommagetallen en verhoudingen (die niet in lijn zijn met breuken en/of procenten)	Voor 1 pak pannenkoeken is 0,6 dl melk nodig. Ik gebruik 3,6 dl. Hoeveel pakken pannenkoeken maak ik?	Breuken, procenten en verhoudingen met 'een op de ...', halveer, wat is het vierde deel? En rekenen op schaal.						
Getallen eerst afronden en daarna uitrekenen	Ik verdien €19,75 per uur. Vandaag heb ik ongeveer €160,-- verdiend. Hoeveel uur heb ik gewerkt?	Uitrekenen met de rekenmachine						



Figuur B1. Deelopgave waarbij voorwerpen geteld dienen te worden, WiG groep 5a blok 4, week 2, Rekenboek les 2, opgave 2a, p. 59

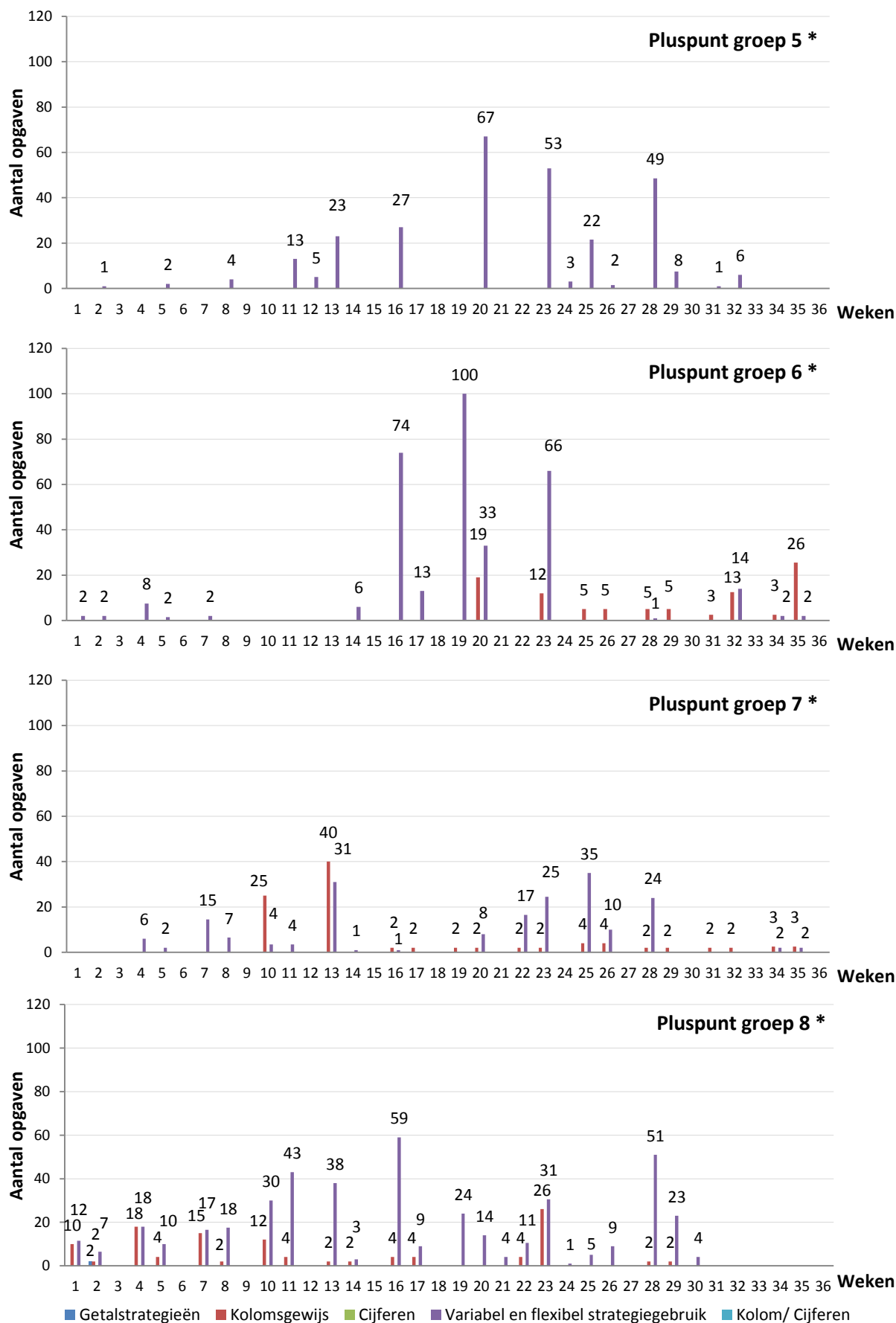
Afspraken met betrekking tot de analyse:

- Geld is een context (deze opgaven zijn meercijferig, vanwege de komma: €10,- : 5 =).
- Wanneer in de 'grotere opgave' wordt gerefereerd naar de illustratie, worden alle opgaven die in of bij die illustratie staan gecodeerd als context. Wanneer niet wordt gerefereerd aan de illustratie zijn het kale opgaven. Er wordt een opmerking geplaatst dat er afbeeldingen gebruikt zijn.
- Wanneer er een denkwolkje bij de opgave staat met een suggestie voor een strategie, zoals kolomsgewijs delen, wordt alleen die opgave gecodeerd volgens die strategie. Bij de rest van de opgaven zonder denkwolkje is het waarschijnlijk dat leerlingen diezelfde strategie toepassen. Echter, omdat niet expliciet staat dat het ook met die strategie opgelost dient te worden, worden de overige opgaven gecategoriseerd als flexibel.
- Bij de opgaven die eerst worden afgerond wordt een notitie wordt gemaakt dat deze opgaven schattingen zijn. Achteraf kan dan aangegeven worden hoeveel opgaven schattingen betreffen. Het betreft vaak opgaven van het type $2365 : 14$ of opgaven met kommagetallen.
- Opgaven die met de rekenmachine uitgerekend mogen worden, worden alleen geteld, omdat het hier geen deelstrategie betreft.
- Opgaven waarbij de uitkomst met de rekenmachine gecontroleerd mag worden, krijgen hiervan een notitie.
- Meercijferig: alle opgaven met meercijferige getallen in deeltal of uitkomst
- Kommagetal: alle opgaven met een kommagetal als deler of deeltal.
- Uitkomst met rest: alle opgaven met een rest in het quotiënt (ook wanneer de context bepaalt dat er op helen afgerond moet worden [vaak bij personen], is er in eerste instantie een rest). Bijvoorbeeld: Hoeveel taxi's met 4 zitplaatsen heb je nodig als er 26 mensen staan te wachten? Er mogen geen mensen achterblijven, dus wordt het quotiënt naar boven afgerond, zonder rest: $26 : 4 = 6$, rest 2, er zijn dus 7 taxi's nodig.
- Uitkomst met kommagetal: alle opgaven met een kommagetal als quotiënt, wanneer de rest van de opgave geen kommagetal bevat (dus alleen wanneer de rest doorberekend moet worden tot kommagetal).
- Bij 'criteria' bij flexibel strategiegebruik is wordt alleen een kruisje genoteerd bij 'opgave' wanneer wordt aangegeven dat de leerlingen hun strategie moeten bepalen aan de hand van de getallen in de opgave.

Bijlage C. Opbouw analyseschema

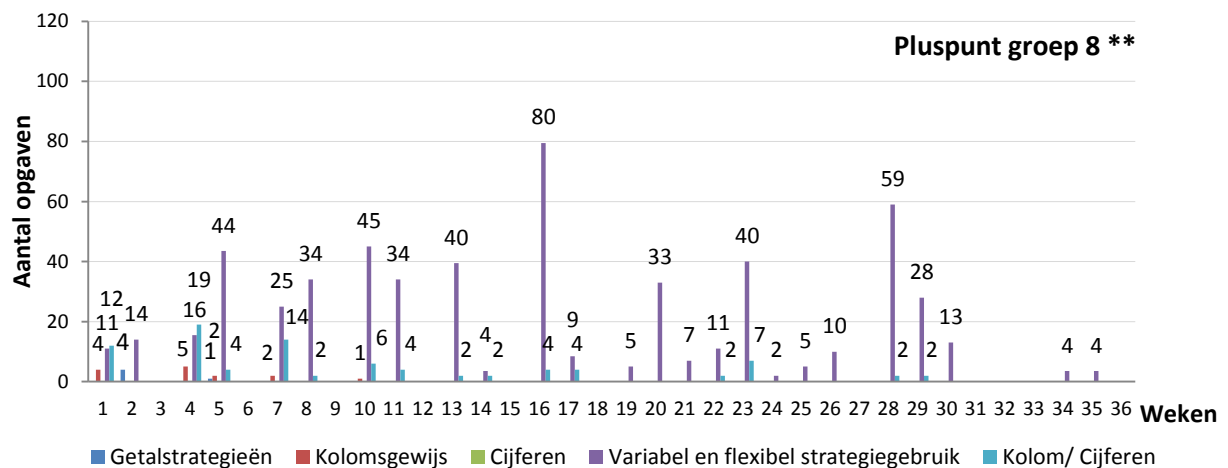
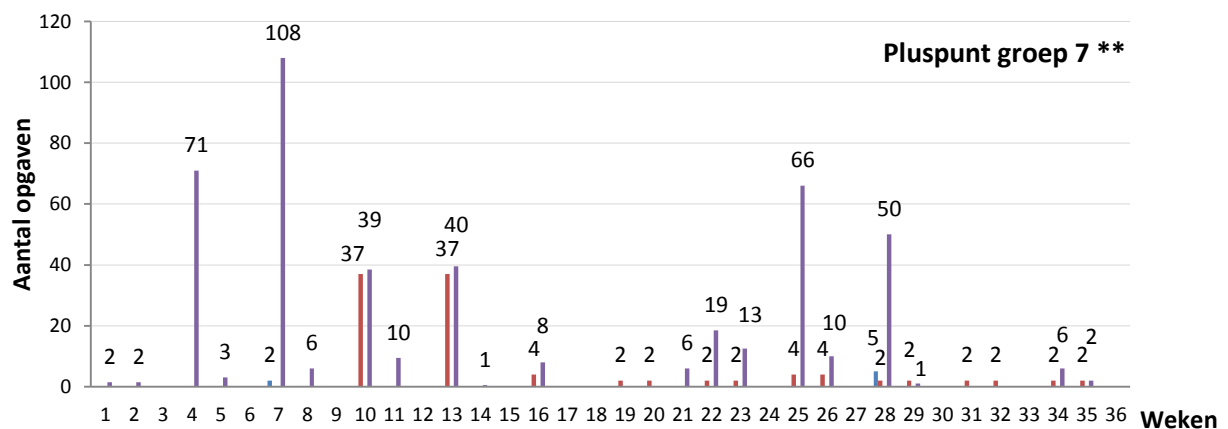
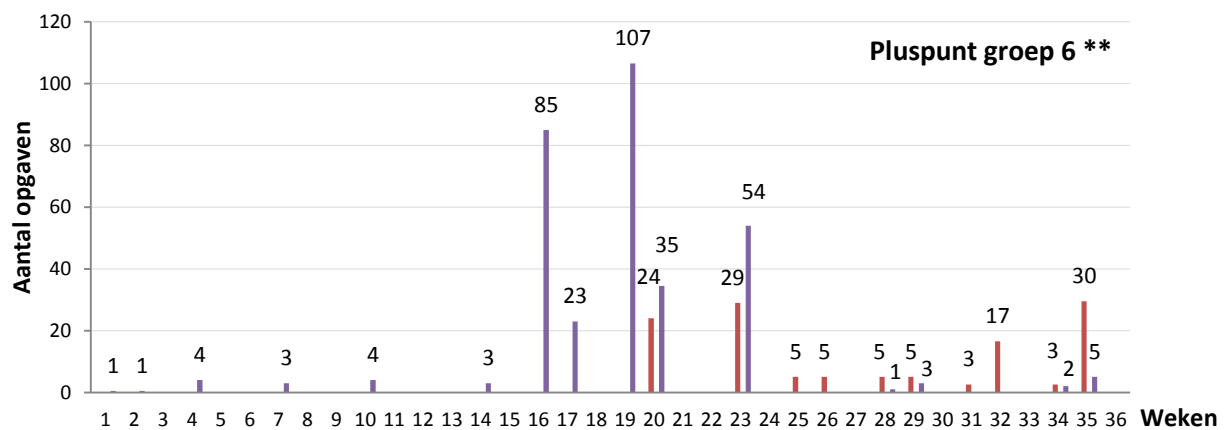
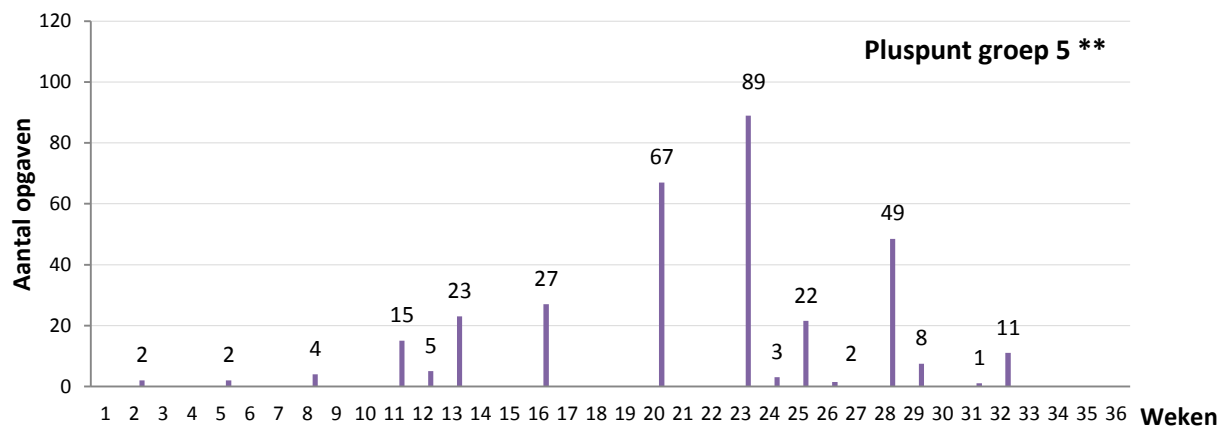
Niveau 1	Niveau 2	Niveau 3
1. Getalstrategieën	1.1 Aantal opgaven	
	1.2 Strategieën	1.2.1 Herhaald aftrekken 1.2.2 Splitsen 1.2.3 Varia 1.2.3.1 Opvermenigvuldigen 1.2.3.2 Compenseren 1.2.3.3 Transformeren
	1.3 Vorm	1.3.1 Kaal 1.3.2 Context
	1.4 Getalsoort	1.4.1 Meercijferig 1.4.2 Kommagetallen 1.4.3 Uitkomst met rest 1.4.4 Uitkomst met kommagetal
2. Kolomsgewijs	2.1 Aantal opgaven	
	2.2 Aanpak	2.2.1 Opbouw vanuit 2.2.2 Expliciete verwijzing naar 2.2.3 Andere
	2.3 Vorm	2.3.1 Kaal 2.3.2 Context
	2.4 Getalsoort	2.4.1 Meercijferig 2.4.2 Kommagetallen 2.4.3 Uitkomst met rest 2.4.4 Uitkomst met kommagetal
3. Cijferen	3.1 Aantal opgaven	
	3.2 Aanpak	3.2.1 Opbouw vanuit 3.2.2 Expliciete verwijzing naar 3.2.3 Andere
	3.3 Vorm	3.3.1 Kaal 3.3.2 Context
	3.4 Getalsoort	3.4.1 Meercijferig 3.4.2 Kommagetallen 3.4.3 Uitkomst met rest 3.4.4 Uitkomst met kommagetal
4. Variabel en Flexibel strategiegebruik	4.1 Aantal opgaven	
	4.2 Kiezen tussen	4.2.1 Getalstrategieën onderling 4.2.2 Getalstrategieën vs. cijferen 4.2.3 Handig 4.2.4 Helemaal vrij/ onduidelijk
	4.3 Criteria	4.3.1 Opgave 4.3.2 Onduidelijk
	4.4 Vorm	4.4.1 Kaal 4.4.2 Context
	4.5 Getalsoort	4.5.1 Meercijferig 4.5.2 Kommagetallen 4.5.3 Uitkomst met rest 4.5.4 Uitkomst met kommagetal
5. Kolomsgewijs/ Cijferen	4.1 Aantal opgaven	
	4.2 Vorm	4.2.1 Kaal 4.3.2 Context
	4.3 Getalsoort	4.3.1 Meercijferig 4.3.2 Kommagetallen 4.3.3 Uitkomst met rest 4.3.4 Uitkomst met kommagetal

Bijlage D. Leerlijnen Pluspunt en WiG naar deelstrategie, uitgewerkt per niveau
Pluspunt *



Leerlijn delen in Pluspunt en WiG vergeleken

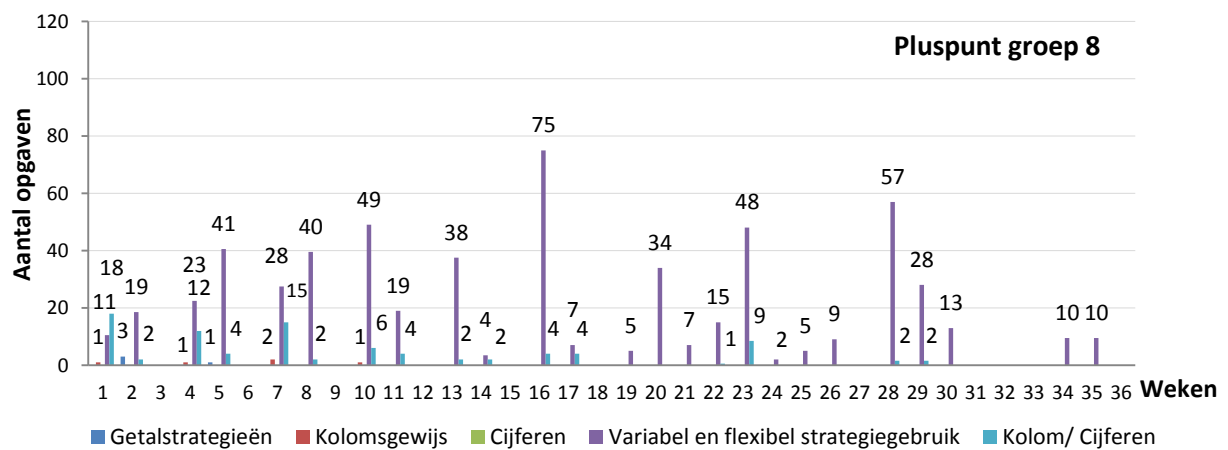
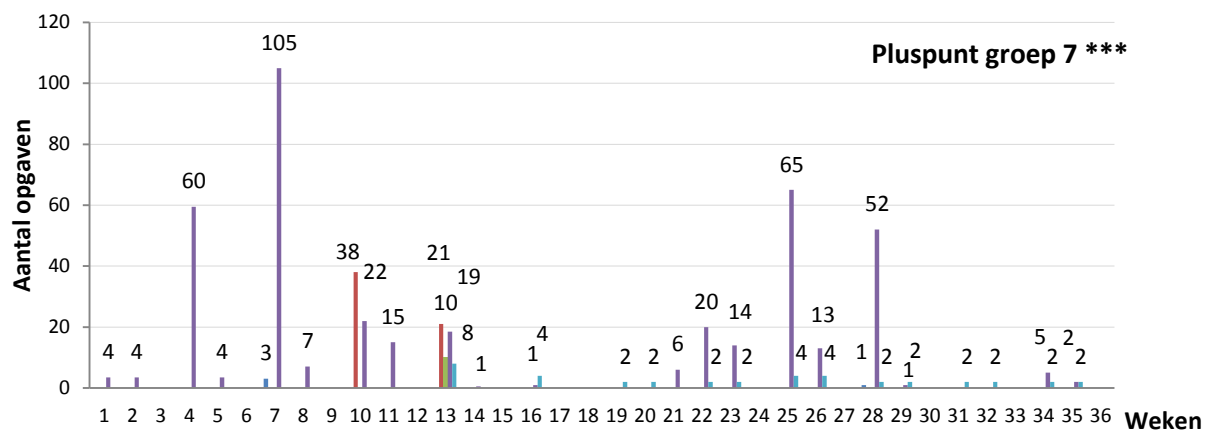
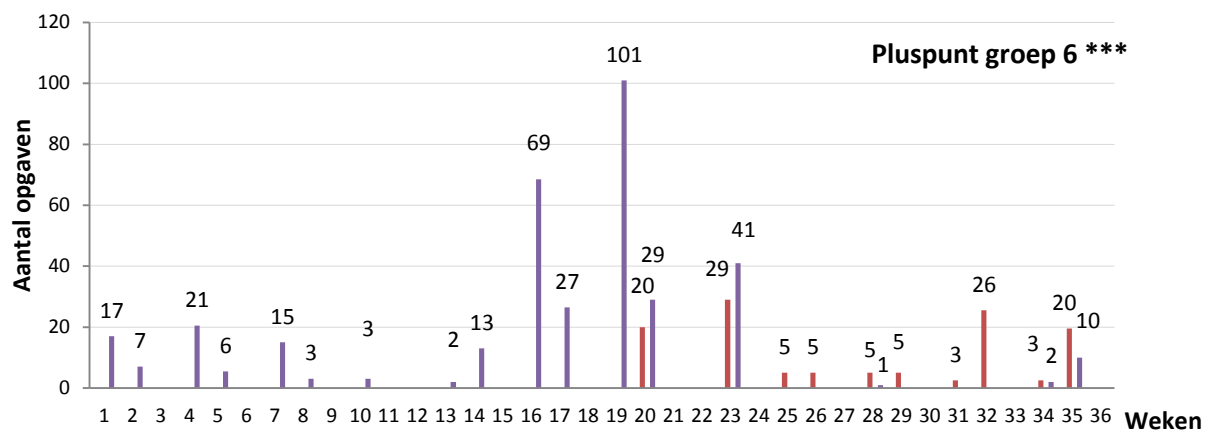
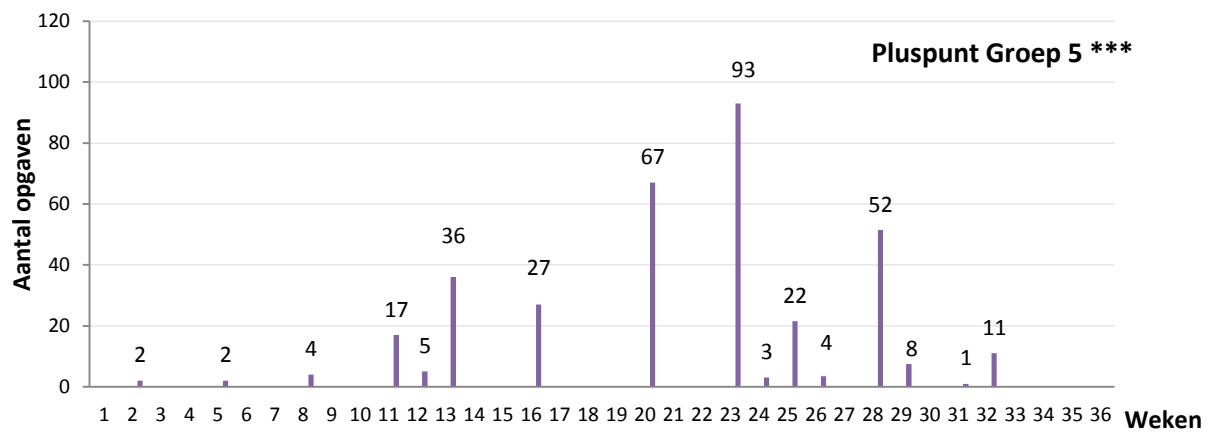
Pluspunt **



■ Getalstrategieën ■ Kolomsgewijs ■ Cijferen ■ Variabel en flexibel strategiegebruik ■ Kolom/ Cijferen

Leerlijn delen in Pluspunt en WiG vergeleken

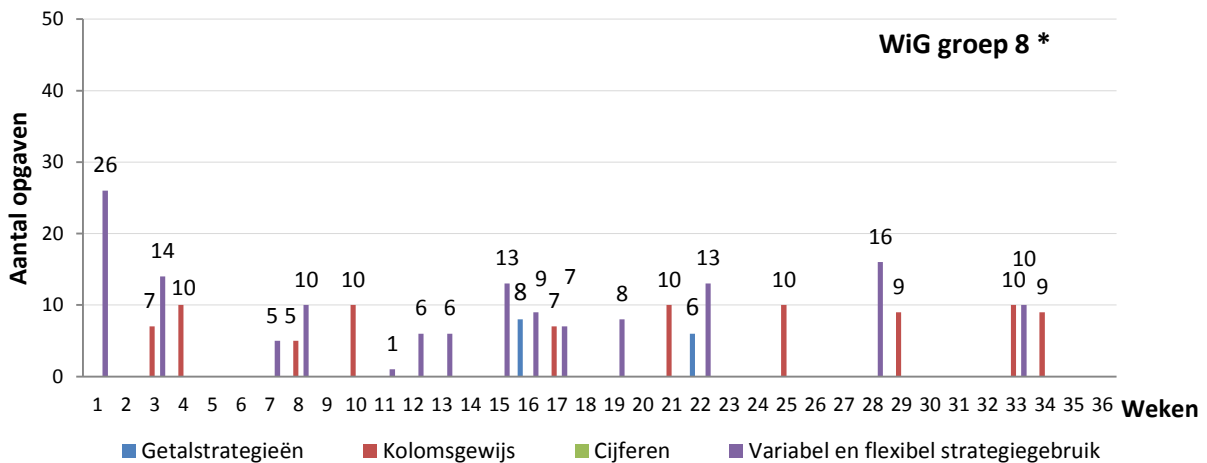
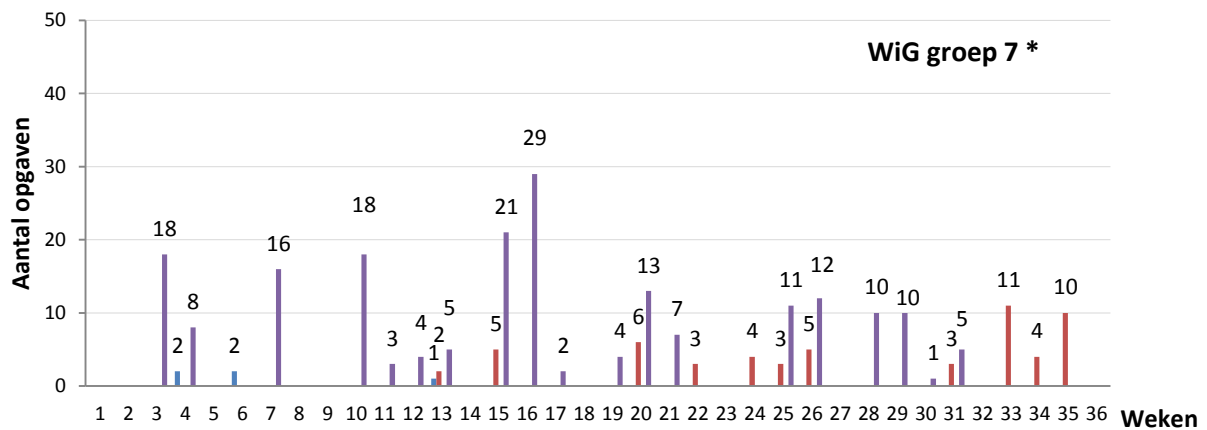
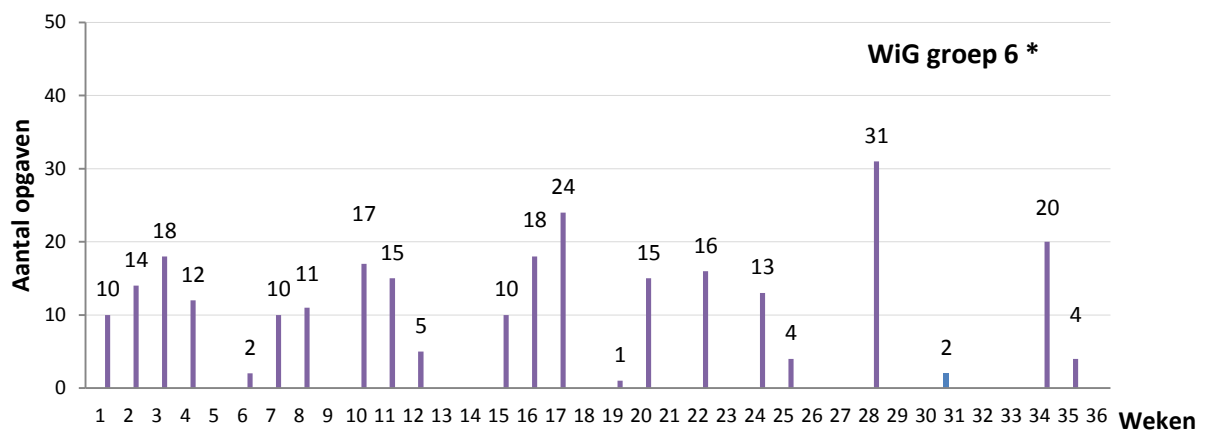
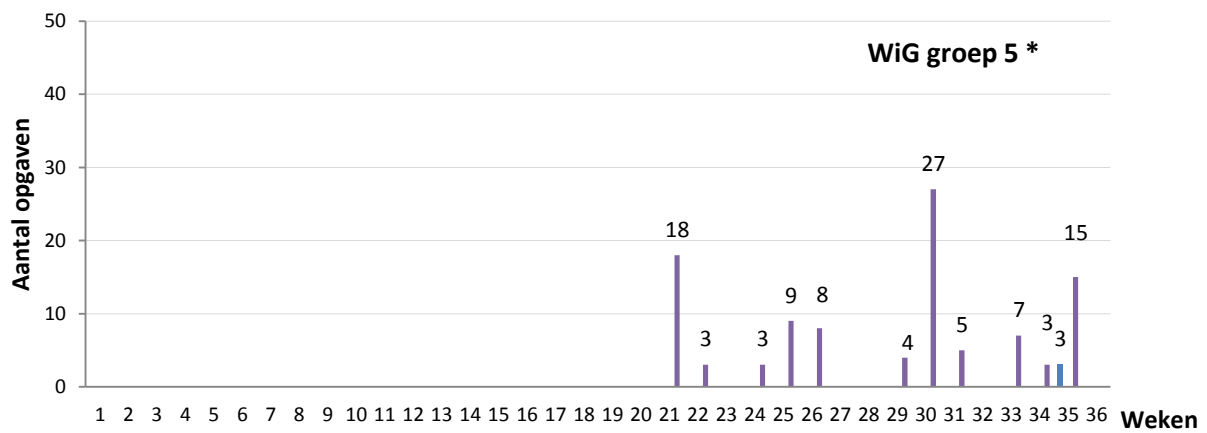
Pluspunt ***



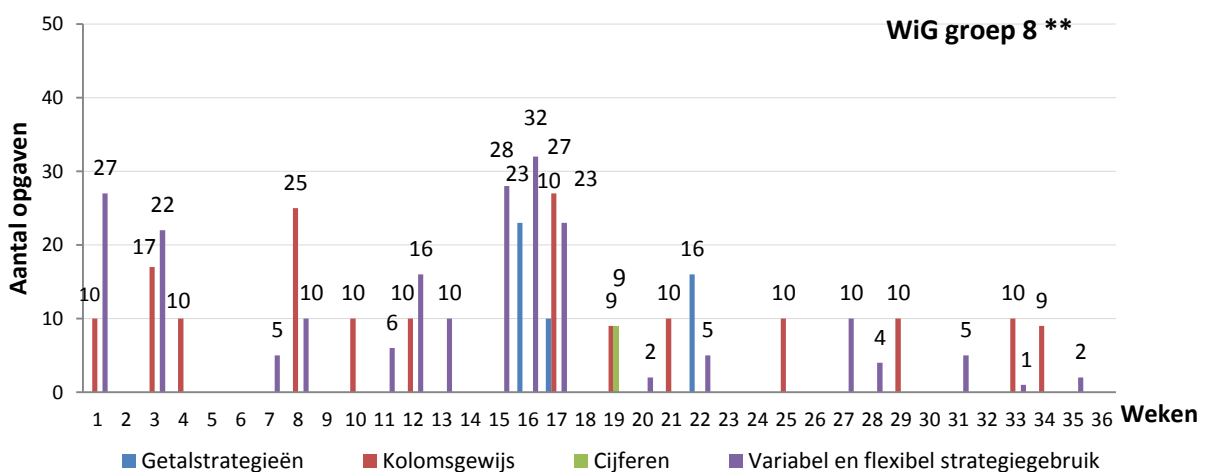
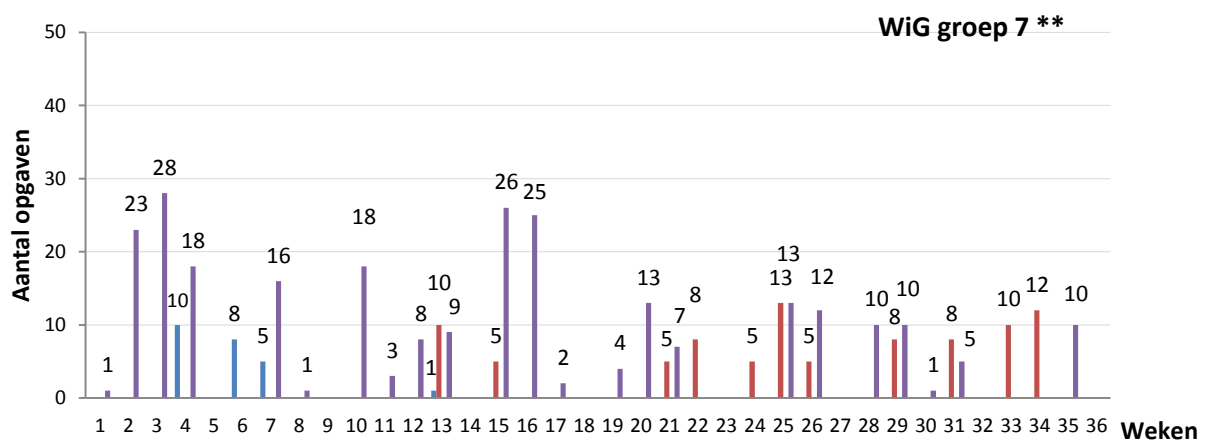
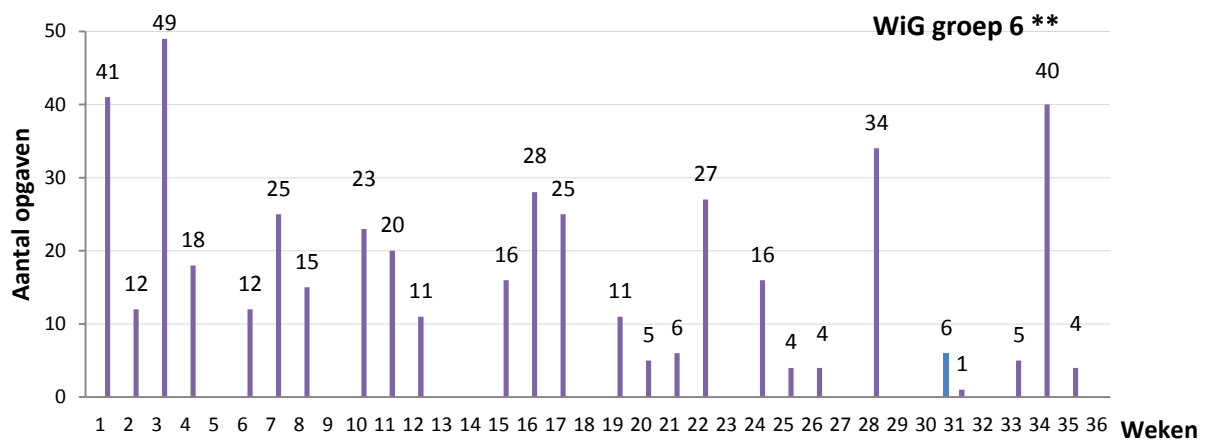
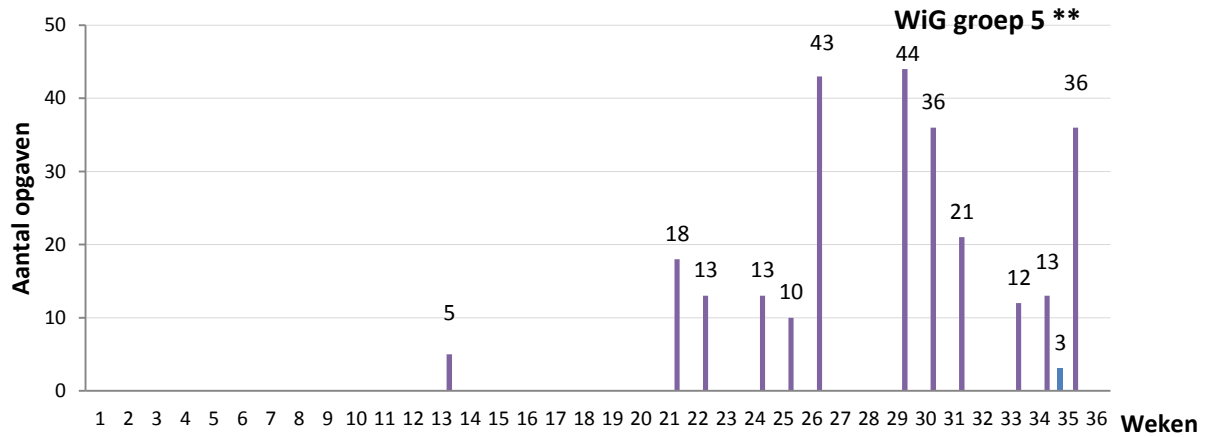
■ Getalstrategieën ■ Kolomsgewijs ■ Cijferen ■ Variabel en flexibel strategiegebruik ■ Kolom/ Cijferen

Leerlijn delen in Pluspunt en WiG vergeleken

WiG *

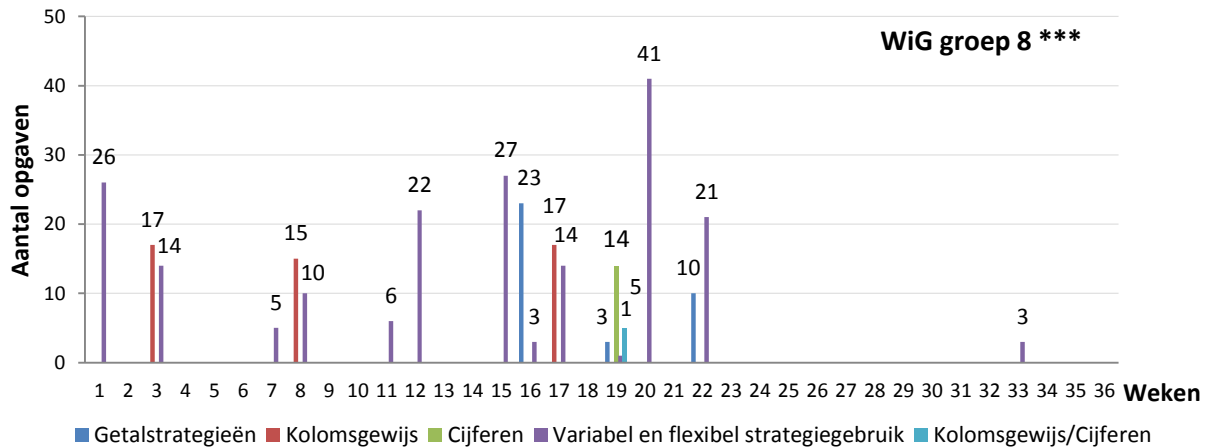
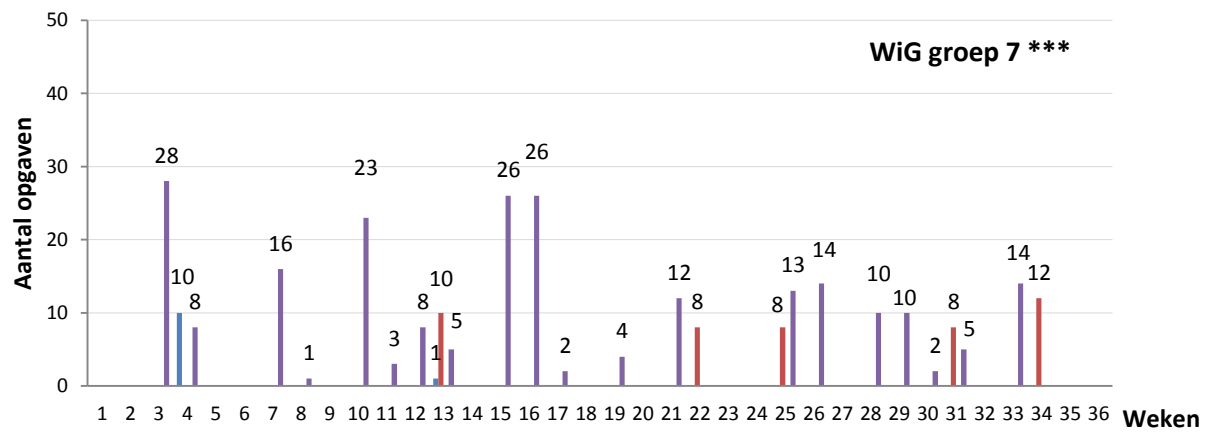
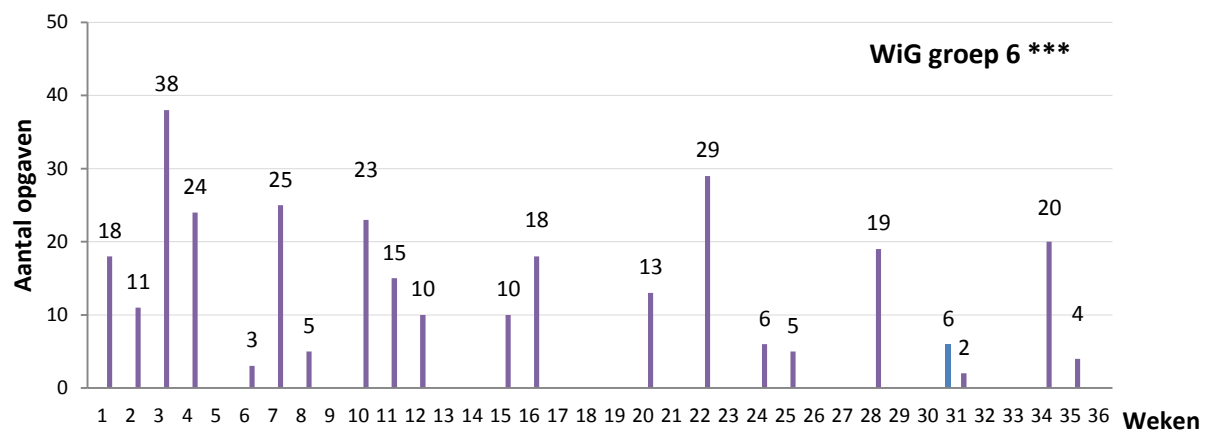
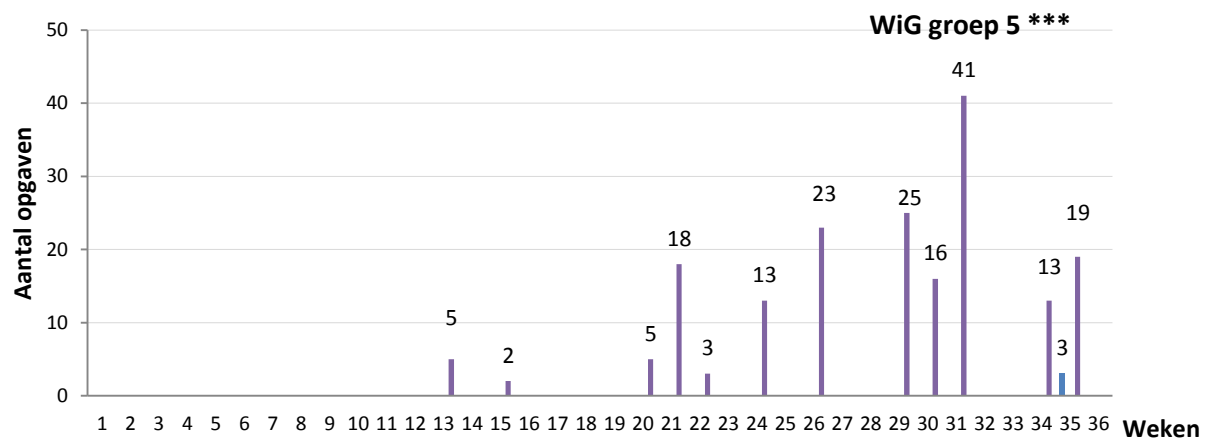


WiG **



Leerlijn delen in Pluspunt en WiG vergeleken

WiG ***



Bijlage E. Algemene beschrijving werkwijze Pluspunt en WiG

Pluspunt

Pluspunt verdeelt het onderwijsleerproces in vier fasen: verinnerlijken (van concreet naar mentaal), verkorten (van uitgebreid naar verkort), automatiseren (van langzaam naar snel) en toepassen (generaliseren; van beperkt toegepast naar uitgebreid toegepast). Door ieder aspect van de rekenhandeling afzonderlijk te oefenen kan een kind van een beginhandeling (concreet) uitkomen bij een eindhandeling (mentaal). De leerlingen werken op hun eigen niveau en bepalen met de leerkracht welke opgaven zij maken. Het doel van de methode is wel om de groep zoveel mogelijk bij elkaar te houden. Pluspunt gaat er vanuit dat 70% van de leerlingen op gemiddeld niveau werkt, met een paar zwakke en een paar sterke rekenaars. In groep 5 en 6 werken alle leerlingen aan dezelfde doelen en maken zij dezelfde toetsen. Vanaf groep 7 wordt onderscheid gemaakt in fundamenteel (minimum, *) en streef (basis, ** en ***) niveau. Waar in groep 5 en 6 de meeste opgaven nog door alle leerlingen worden gemaakt, komt hier in de hogere groepen steeds meer onderscheid tussen.

Vanaf groep 7 worden nieuwe doelen aan de hele groep in het lesboek op fundamenteel niveau aangeboden in het eerste deel van de les. Het tweede gedeelte van de les wordt vervolgd met het doel op streefniveau. Leerlingen die op fundamenteel niveau functioneren doen niet mee met de instructie op het streefniveau, maar verwerken hun doel bij opgave 2 in het lesboek. Afhankelijk van het niveau zijn er in het opdrachtenboek drie verschillende startpunten waar bewust geen eindpunten zijn aangegeven. Als een rekenonderwerp een leerling aanspreekt kan het doorwerken op het volgende niveau. Voor ieder niveau is er een werkboek. Op *-niveau wordt onder het toetsniveau gestart en naar toetsniveau toegewerkt. **-niveau start op toetsniveau en biedt daarna variatie op het toetsniveau. ***-niveau start op toetsniveau en biedt daarna verdieping aan op het toetsniveau. Op * wordt alleen het fundamentele niveau aangeboden.

WiG

In de methode wordt gewerkt via de dakpanconstructie: oriëntatie, begripsvorming, oefenen en automatiseren. In de eerste twee fasen spelen herkenbare situaties een eenvoudig te begrijpen contexten een belangrijke rol. Het oefenen is niet gebaseerd op voordoen-nadoen, maar leerlingen dienen zelf activiteiten te ondernemen om zich de wiskunde eigen te maken. De leerkracht heeft hierbij een sturende, begeleidende en ondersteunende rol en dient aan te sluiten bij de eigen, informele werkwijzen van de leerlingen. De methode geeft aan veel aandacht te hebben voor de automatisering van de deeltafels. Van groep 5 t/m half groep 8 bestaat de eerste helft van iedere les uit instructie en de tweede helft uit zelfstandig werken

aan de weektaken, met uitzondering van de laatste les van de week, waarin enkel zelfstandig wordt gewerkt. Op *-niveau beginnen de leerlingen met de opgaven op minimumniveau en maken daarna opgave 1 op **-niveau. Hebben ze dan nog tijd over, dan kunnen ze verder met de rest van de opgaven op **-niveau. Leerlingen op basisniveau maken de opgaven op basisniveau en kunnen verder op plusniveau als ze dat willen. De leerlingen die op plusniveau werken maken altijd opgave 1 van het basisniveau in het takenboek. De leerkracht bepaalt in hoeverre ze de rest van de opgaven op basisniveau ook kunnen overslaan. Meer uitdaging vinden ze in het pluswerkboek.

Het tweede half jaar van groep 8 is bedoeld om de basisstof op niveau te houden. Op ieder niveau (*, ** en ***) is een rekenwerkboek waarmee leerlingen de stof van de hele basisschool herhalen. Op *- en **-niveau is het werkboek ingedeeld in 8 thema's (zoals Getallen en bewerkingen en Meetkunde), bestaande uit 8 of 9 werkbladen (69 in totaal en 8 toetsen), met ieder 2 of 3 opgaven. In opgave 1 wordt een basale rekenvaardigheid herhaald, in opgave 2 (en 3) wordt een leerstap binnen het thema aangeboden. Op ***-niveau is het werkboek ingedeeld in 9 thema's met 69 werkbladen (geen toetsen), maar de stof stijgt boven 1S niveau uit, waardoor er geen vaste indeling is. Het werkboek is niet gericht op herhalen, maar op kennismaken met nieuwe onderwerpen, onderzoeken en verdiepen.

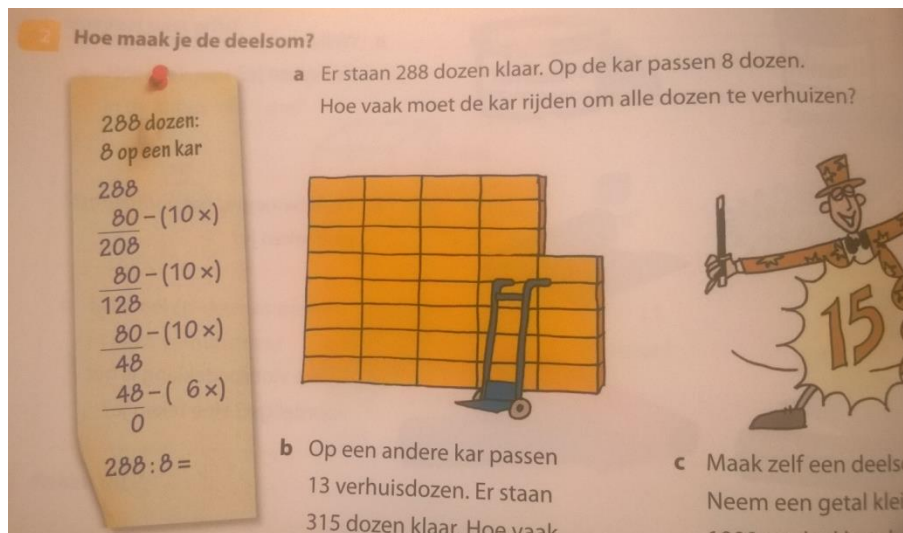
Bijlage F. Resultaten per methode uitgewerkt naar deelvraag

Wat is de plaats en opbouw van getalstrategieën in de leerlijn delen?

Pluspunt. In groep 7 worden aan **- en ***-leerlingen in week 7 voor het eerst opgaven aangeboden die met een getalstrategie (opvermenigvuldigen) uitgerekend zouden moeten worden. In week 28 komen opgaven aan bod die splitsend opgelost dienen te worden (bijvoorbeeld $73 : 6 =$). Hierbij wordt het deeltal gesplitst in een analogie van de deeltafels ($60 : 6 =$) en een rest ($13 : 6 =$). Op welke strategie wordt aangestuurd staat beschreven in de leerkrachthandleiding of wordt duidelijk gemaakt in het leerlingboek. Bij opvermenigvuldigen kan daartoe een deels ingevulde tabel worden gegeven, met de deler staat tot 1 als startpunt en het deeltal als eindpunt. De tussenstappen zijn dan vermenigvuldigingen van de deler, tot men het deeltal bereikt. In groep 8 worden in week 2 ook op *-niveau twee opgaven aangeboden die met getalstrategieën uitgerekend dienen te worden. In week 5 komen daar op **- en ***-niveau nog eens vijf respectievelijk vier opgaven bij. Bij een aantal wordt aangestuurd op opvermenigvuldigen (door deels ingevulde verhoudingstabellen); bij één opgave wordt instructie gegeven aan de hand van transformeren (om de komma weg te werken).

Bij vergelijking tussen de niveaus wordt duidelijk dat vooral op **- en ***-niveau opgaven worden aangeboden die met getalstrategieën zouden moeten worden uitgerekend. Echter, aangezien het ook op die niveaus om een klein aantal opgaven gaat, blijft het verschil tussen de niveaus beperkt.

WiG. Eind groep 5 (week 35) geeft de leerkrachthandleiding aan dat de leerlingen voor het eerst met grotere getallen gaan delen die buiten de analogie met de deeltafels liggen (bijvoorbeeld $72 : 3 =$). Hierbij wordt het deeltal gesplitst in een deel dat gemakkelijk te delen valt (een analogie van de deeltafels: $60 : 3 =$) en een rest ($12 : 3 =$). In groep 5 worden op alle drie de niveaus 3 opgaven aangeboden die splitsend uitgerekend zouden moeten worden, waarbij het deeltal wordt gesplitst in een analogie met de deeltafels en een overig deel (bijvoorbeeld $82 : 6 =$ wordt gesplitst in $60 : 6 =$ en $22 : 6 =$). Eind groep 6 (week 31) worden een aantal opgaven aangeboden (*-niveau 2 opgaven, **-niveau 6 opgaven), die opvermenigvuldigend dienen te worden opgelost. Dit wordt in de instructie in de leerkrachthandleiding aangegeven. Begin groep 7 wordt in week 4 de getalstrategie herhaald aftrekken geïntroduceerd, waar de leerlingen mee oefenen (Figuur F1). Wanneer in week 16 over wordt gegaan op grotere happen, komt zowel het herhaald aftrekken, als het opvermenigvuldigen in de instructie aan bod. In die week maken de leerlingen nog 1 opgave door middel van herhaald aftrekken en gaan dan over op kolomsgewijs delen. Halverwege



Figuur F1. Introductie herhaald aftrekken WiG groep 7 Rekenboek blok 1a, week 4, les 1, p. 16

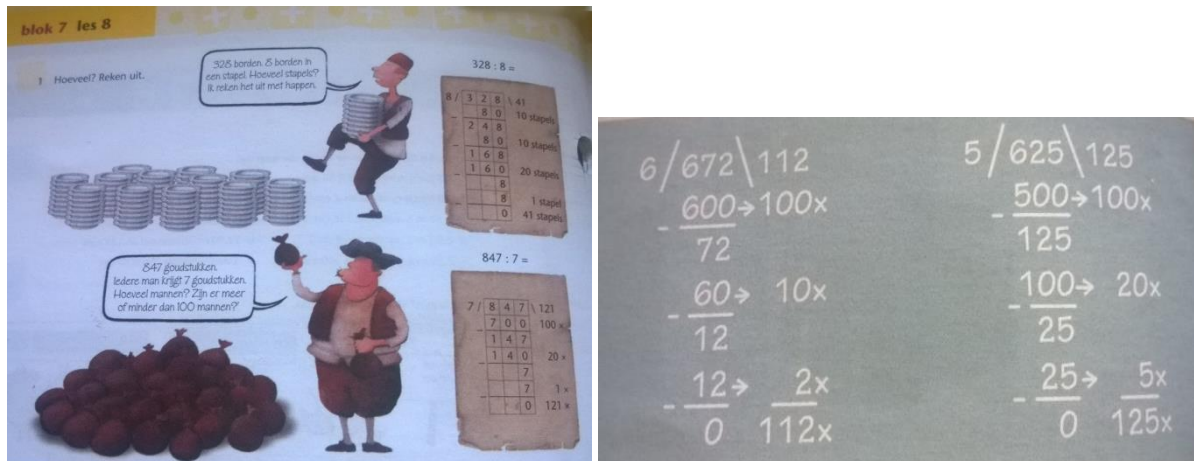
groep 8, in week 16, wordt wederom aangespoord een getalstrategie te gebruiken: transformeren of opvermenigvuldigen. De leerlingen leren delen door een kommagetal, waarbij ze in stapjes kunnen rekenen (opvermenigvuldigen) of de komma wegwerken door zowel de deler als het deeltal met een macht van tien te vermenigvuldigen (transformeren). In week 22 komt dit wederom aan de orde.

Bij vergelijking tussen de drie rekenniveaus wordt duidelijk dat op *-niveau minder opgaven met getalstrategieën dienen te worden uitgerekend dan op de andere twee niveaus. Verder blijkt in groep 8 dat leerlingen een beperkte strategiekeuze behouden, zelfs wanneer gegeven wordt dat ze getalstrategieën dienen te gebruiken, namelijk de keuze tussen opvermenigvuldigen en transformeren.

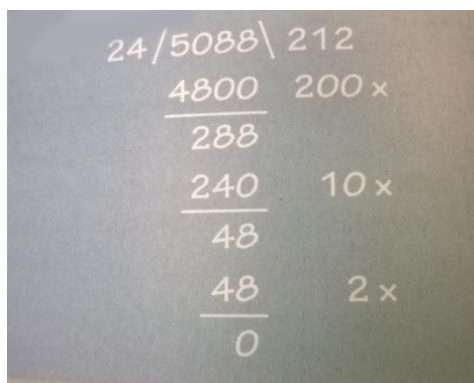
Wat is de plaats en opbouw van kolomsgewijs rekenen in de leerlijn delen?

Pluspunt. Het kolomsgewijs delen wordt in week 20 van groep 6 geïntroduceerd. Hoewel de rekenmethode zelf spreekt over de staartdeling, duiden het rekenen met getallen en de schematische presentatie op kolomsgewijs delen (Figuur F2). In negen van de zestien opeenvolgende weken worden eveneens opgaven aangeboden die kolomsgewijs uitgerekend zouden moeten worden.

In groep 7, week 10, wordt in de leerkrachthandleiding aangegeven dat het cijferend delen wordt aangeleerd (Figuur F3). Hiermee wordt kolomsgewijs delen bedoeld, te zien aan het kolomschema, waarbij wordt gestimuleerd steeds zo groot mogelijke happen te nemen. Opvallend is wel dat de notatiewijze veel weg heeft van de cijferende staartdeling, met een schuine streep aan beide kanten van het deeltal. In 16(*) of 15 (**) en (***) van de 36 weken worden de leerlingen geacht om kolomsgewijs te delen. Op ***-niveau wordt echter in week



Figuur F2. Introductie kolomsgewijs delen Pluspunt groep 6, blok 7, les 8. Links: lesboek p. 82. Rechts: leerkrachthandleiding p. 18



Figuur F3. Introductie verkorte kolomsgewijze notatie Pluspunt groep 7, blok 4, les 3, leerkrachthandleiding p. 44

13 de cijferende staartdeling aangeleerd. Omdat in de lessen die volgen niet altijd duidelijk is of leerlingen de kolomsgewijze of cijferstrategie dienen te gebruiken, zijn 40 van de 99 opgaven gecodeerd als Kolomsgewijs/Cijferen.

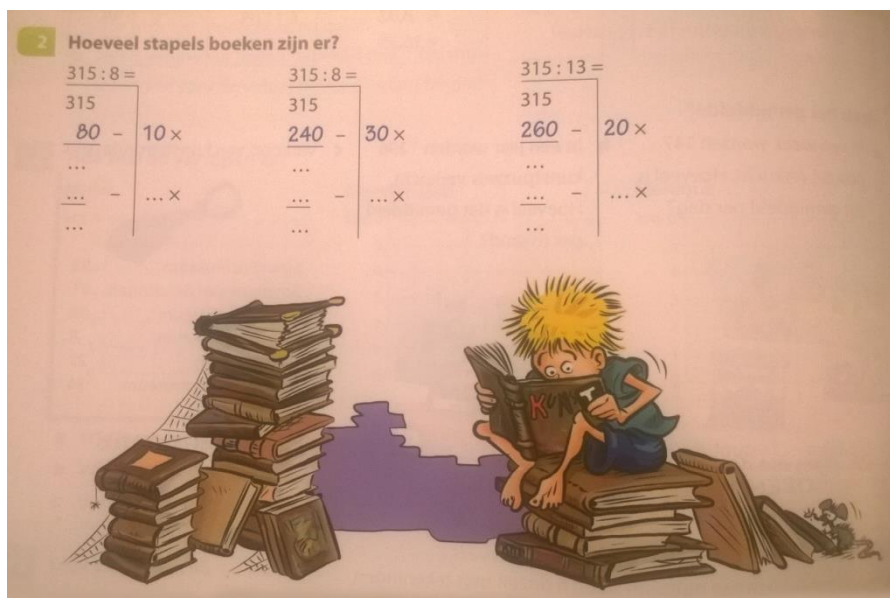
In groep 8 wordt in week 1 ook aan de leerlingen op **-niveau de cijferende staartdeling aangeleerd. Er wordt echter door de leerkracht bepaald of leerlingen deze strategie mogen gebruiken, afhankelijk van de mate waarin ze de strategie beheersen. Om die reden zijn de opgaven die 'onder elkaar' uitgerekend dienen te worden, gecodeerd als Kolomsgewijs/Cijferen, omdat uit de methode niet duidelijk wordt welke van de twee strategieën de leerlingen zullen gebruiken. Gedurende het hele schooljaar tot week 30 komt het kolomsgewijs delen regelmatig voor.

Het grootste verschil tussen de drie rekenniveaus is dat op **- en ***-niveau op een gegeven moment de stap wordt gemaakt van kolomsgewijs delen naar de staartdeling, waar

dit op *-niveau niet wordt gedaan. Dat heeft tot gevolg dat leerlingen op **- en ***-niveau in groep 8 minder opgaven aangeboden krijgen die ze kolomsgewijs dienen op te lossen dan leerlingen op *-niveau. Daarvoor in de plaats maken die leerlingen de keuze tussen kolomsgewijs delen en de staartdeling. Een overeenkomst zit in het aanleren van het kolomsgewijs delen, dat op alle drie de niveaus op hetzelfde moment en op dezelfde manier gebeurt, waarbij alle leerlingen ongeveer evenveel opgaven kolomsgewijs dienen uit te rekenen. Ook de verkorting en schematisering is voor alle niveaus vergelijkbaar. De verschillen treden pas op wanneer de staartdeling wordt aangeleerd.

WiG. Het kolomsgewijs delen wordt in groep 7 in week 13 aangeleerd, als vervolg op het herhaald aftrekken dat in week 4 is aangeleerd, waarbij er direct aandacht is voor zo groot mogelijke happen (Figuur F4). Hoewel nu verkort wordt gedeeld, waarbij de stappen in een kolomschema worden geplaatst, noemt de methode deze strategie nog steeds herhaald aftrekken. Het kolomsgewijs delen komt nog in 10 (* en **) of 4 (***) latere weken aan bod. Vanaf week 20 wordt gestimuleerd om steeds de grootst mogelijke hap te nemen, waarbij schatten van belang is, en worden de getallen steeds groter waarmee wordt gedeeld.

In groep 8 wordt het kolomsgewijs delen voortgezet, met dezelfde aandachtspunten als in groep 7. Echter wordt het kolomsgewijs delen door de methode nu cijferen genoemd.



Figuur F4. Introductie kolomsgewijs delen in WiG groep 7 Rekenboek blok 3, week 4, les 1, p. 48

Daarnaast leren de leerlingen goed kijken naar de getallen, om te bepalen of ze een rest zullen overhouden. In totaal komt in 10 (*), 13 (**) of 4 (***) weken kolomsgewijs delen aan bod. In week 19 krijgen de leerlingen die op **- en ***-niveau werken echter de

cijferende staartdeling aangeleerd, zodat 5 van de 54 opgaven voor ***-niveau zijn gecodeerd als Kolomsgewijs/Cijferen. Voor ***-niveau is dat tevens de laatste week waarin opgaven nog kolomsgewijs of cijferend opgelost dienen te worden. Leerlingen die op de andere twee niveaus werken, gaan tot het einde van het jaar door met het kolomsgewijs uitrekenen van opgaven.

Het aanleren van het kolomsgewijs delen gebeurt op alle niveaus op hetzelfde moment en op dezelfde manier, namelijk met aandacht voor zo groot mogelijke happen. Leerlingen op *- en **-niveau krijgen vaker kolomsgewijze deelopgaven aangeboden dan leerlingen op ***-niveau, waarbij **-leerlingen de meeste opgaven kolomsgewijs dienen uit te rekenen. Dit patroon komt zowel voor in groep 7 als in groep 8. Opvallend is dat hoewel de leerlingen op **-niveau ook de staartdeling krijgen aangeleerd, bij alle opgaven expliciete instructie wordt gegeven om kolomsgewijs te delen.

Wat is de plaats en opbouw van cijferen in de leerlijn delen?

Pluspunt. Zoals eerder benoemd wordt de cijferstrategie in week 13 van groep 7 aangeleerd op ***-niveau, waar dit op **-niveau in week 1 van groep 8 gebeurt (Figuur F5). De ***-leerlingen worden in groep 7 slechts bij een beperkt aantal opgaven aangestuurd op de cijferstrategie. Bij de meeste opgaven mogen de leerlingen steeds kiezen tussen kolomsgewijs delen en cijferen. Op **-niveau bepaalt de leerkracht welke leerlingen de cijferstrategie mogen gebruiken, dus zijn alle opgaven gecodeerd als Kolomsgewijs/Cijferen. Leerlingen die fouten maken bij de staartdeling, dienen door de leerkracht aangemoedigd te worden om weer kolomsgewijs te gaan delen. Op ***-niveau rekenen krijgen de leerlingen in groep 8 nog in 13 weken opgaven aangeboden waarbij ze mogen kiezen tussen kolomsgewijs delen of cijferen.

Links: Werkboek p. 26, groep 7 ***. Het beeld toont drie staartdelingen: $26 \overline{) 5616}$, $32 \overline{) 9984}$ en $18 \overline{) 7614}$. Een cartoonfiguur van een politieagent wijst op de eerste deling. Een tekstbubbel bevat de volgende instructies: "Gaaf het alleen met het 1e cijfer (5)? Nee! Gaaf het met het 2e cijfer erbij (56)? Jai! $56 : 26 = 2 \times$. Dus 2 opschrijven. Af trekken. Dat is 4 over. Dan 1 aanhalen. Dus 41. $41 : 26 = 1 \times$. Dus 1 opschrijven. Af trekken. Dat is 15 over. Dan 0 aanhalen. Dus 150. $150 : 26 = \dots$ "

Rechts: Lesboek p. 5, groep 8 **. Het beeld toont twee staartdelingen: $16 \overline{) 3888} \setminus 243$ met de deling 3200 en $200 \times$, en $16 \overline{) 3888} \setminus 243$ met de deling 32 en $200 \times$.

Figuur F5. Introductie staartdeling Pluspunt. Links: groep 7 ***, blok 5, les 2 Werkboek p. 26. Rechts: groep 8 **, blok 1, les 3, lesboek p. 5

Het voornaamste verschil tussen de niveaus, zoals ook benoemd bij de vorige deelvraag, is dat op *-niveau de staartdeling niet wordt aangeleerd, in tegenstelling tot de andere twee niveaus. Een verschil tussen **- en ***-niveau is het moment waarop de staartdeling wordt aangeleerd, dit gebeurt op ***-niveau ongeveer een half jaar eerder. Afgezien daarvan zijn er tussen de twee niveaus vooral overeenkomsten. In groep 8, het jaar waarin beide niveaus de staartdeling zouden beheersen, krijgen de leerlingen ongeveer evenveel opgaven aangeboden die ze met kolomsgewijs delen of met de staartdeling dienen uit te rekenen. Op beide niveaus krijgen de leerlingen hierin een vrije keus.

WiG. Halverwege groep 8, in week 19, wordt de staartdeling aangeleerd op **- en ***-niveau. Op **-niveau gebeurt dit door een stapsgewijze overgang van het kolomsgewijze model naar het cijfermodel, waarbij uitleg wordt gegeven over hoe de notatie van de happen verandert (Figuur F6). Daarbij is er aandacht voor de notatie van de 0 wanneer het deeltal kleiner is dan de deler. Vervolgens dienen de leerlingen negen opgaven eerst kolomsgewijs en vervolgens cijferend uit te rekenen, met de vraag welke strategie ze het handigst vinden. In de vijf weken waarin 'cijferend' gerekend dient te worden, maken de leerlingen de opgaven weer kolomsgewijs. Op ***-niveau wordt de staartdeling op zichzelf staand aangeleerd, zonder koppeling aan het kolomsgewijs delen, waarbij het belang van schatten wordt benadrukt (Figuur F6). De leerlingen controleren hun antwoord op de opgaven met de rekenmachine. In diezelfde week komen nog enkele opgaven aan bod, waarbij leerlingen zelf mogen kiezen of ze deze kolomsgewijs of cijferend oplossen. Dit is tevens de laatste week waarin leerlingen worden aangespoord om cijferend te delen.

Bij vergelijking van **- en ***-niveau blijkt dat beide niveaus de staartdeling op hetzelfde moment krijgen aangeboden. Alleen in die week worden de leerlingen geacht om

Reken op 2 manieren uit.

Met de grote hap: $7854 : 53 = 148 \text{ r } 10$

Staatdeling:

$\begin{array}{r} 7854 \\ 53 \overline{) 7854} \\ \underline{53} \\ 255 \\ \underline{212} \\ 434 \\ \underline{424} \\ 10 \end{array}$	$\begin{array}{r} 53 \overline{) 7854} \\ \underline{53} \\ 255 \\ \underline{212} \\ 434 \\ \underline{424} \\ 10 \end{array}$
--	--

Met de grote hap: $6656 : 32 = 208$

Staatdeling:

$\begin{array}{r} 6656 \\ 32 \overline{) 6656} \\ \underline{64} \\ 256 \\ \underline{256} \\ 0 \end{array}$	$\begin{array}{r} 32 \overline{) 6656} \\ \underline{64} \\ 256 \\ \underline{256} \\ 0 \end{array}$
---	---

Met de grote hap: $9180 : 27 = 340$

Staatdeling:

$\begin{array}{r} 9180 \\ 27 \overline{) 9180} \\ \underline{81} \\ 1080 \\ \underline{1080} \\ 0 \end{array}$	$\begin{array}{r} 27 \overline{) 9180} \\ \underline{81} \\ 1080 \\ \underline{1080} \\ 0 \end{array}$
---	---

b Je hebt geleerd om deelsommen met happen uit te rekenen. Er is ook een andere manier: de staartdeling.

$14248 : 52 =$ Geschat: $15000 : 50 = 300$ Precies: $14248 : 52 = 274$ $\begin{array}{r} 52 \overline{) 14248} \\ \underline{104} \\ 384 \\ \underline{364} \\ 208 \\ \underline{208} \\ 0 \end{array}$	$8073 : 39 =$ Geschat: $8000 : 40 = 200$ Precies: $8073 : 39 = 207$ $\begin{array}{r} 39 \overline{) 8073} \\ \underline{78} \\ 273 \\ \underline{273} \\ 0 \end{array}$	$8510 : 37 =$ Geschat: $8400 : 40 = 210$ Precies: $8510 : 37 = 230$ $\begin{array}{r} 37 \overline{) 8510} \\ \underline{74} \\ 1110 \\ \underline{1110} \\ 0 \end{array}$
---	--	--

Figuur F6. Introductie staartdeling WiG groep 8. Links: **-niveau Werkboek Basis 8b, Thema 1, werkblad 3, p. 6. Rechts: ***-niveau Werkboek Plus 8b, Thema 1, werkblad 1, p. 4

opgaven staartdelend op te lossen. Waar op **-niveau daarna enkel nog wordt aangestuurd op kolomsgewijs delen, komen op ***-niveau geen deelopgaven meer voor waarbij de kolomsgewijze of cijferstrategie wordt gevraagd. Op beide niveaus is de staartdeling dus een eenmalig verschijnende strategie. Een verschil komt naar voren in de didactiek. Waar op **-niveau de staartdeling wordt aangeleerd naast het kolomsgewijs delen, waarbij de verschillen tussen de twee strategieën duidelijk worden, is dit op ***-niveau niet het geval. Daarnaast wordt op **-niveau zowel in de instructie als in het voorbeeld aandacht besteed aan de 0-notatie, waar dit op ***-niveau niet zo nadrukkelijk gedaan. Leerlingen op **-niveau krijgen dus een uitgebreidere instructie dan leerlingen op ***-niveau.

In welke mate krijgen leerlingen de ruimte om zelf rekenstrategieën te kiezen?

Pluspunt. Uit de overzichten van het strategiegebruik per week kan duidelijk opgemaakt worden dat leerlingen vaker een vrije strategiekeuze krijgen dan dat er wordt aangestuurd op een bepaalde strategie. Dit geldt voornamelijk voor groep 5, waarin de vrije strategiekeuze de enige strategie is, en groep 6, waarin naast de vrije strategiekeuze enkel op de kolomsgewijze strategie wordt aangestuurd, maar ook voor groep 7 en 8 waarin (bijna) alle strategieën aan bod komen. In groep 5 worden in week 2 de eerste deelopgaven aangeboden, in de vorm van omgekeerde vermenigvuldigingen. Hierbij wordt geen instructie gegeven over de strategie die leerlingen dienen te gebruiken om deze opgaven uit te rekenen. In veel gevallen worden meerdere manieren in de instructie besproken, wat staat aangegeven in de leerkrachthandleiding, zoals getalstrategieën, handig rekenen door bijvoorbeeld aan de deeltafels te refereren, of kolomsgewijs delen. Vaak wordt echter niet expliciet aangestuurd op het gebruik van één strategie. Niet in de leerkrachthandleiding, noch in het leerlingboek. Een veel gesignaleerde instructie luidt ‘Reken uit’, waarbij leerlingen dus vrij gelaten worden om zelf een strategie te kiezen die ze handig vinden. Zwakke rekenaars vormen hierop een uitzondering: met de leerlingen die na de toets moeten remediëren worden afspraken gemaakt over hun strategiegebruik. Gedurende het hele jaar komt de vrije strategiekeuze regelmatig terug, waarbij zich in sommige weken pieken vormen door het grote aantal opgaven. In groep 5 maken de leerlingen alle opgaven met een zelfgekozen strategie. De pieken bevinden zich in week 20 (*, 67 opgaven) en week 23 (**, 89 opgaven; *** 93 opgaven).

Waar in de eerste helft van groep 6 de leerlingen nog altijd zelf een strategie mogen kiezen, staat deze in de tweede helft van groep 6 (vanaf week 20) vaak vast, namelijk het kolomsgewijs delen. Enkel in week 20, 23, 34 en 34 mogen de leerlingen bij een aantal opgaven (ongeveer een derde (* en **)/een vierde (***) van het totaal aantal vrije strategie-

opgaven) nog zelf een strategie kiezen. De pieken bevinden zich in week 19 (* 100 opgaven; ** 106,5 opgaven; *** 101 opgaven).

In groep 7 wisselen de vrije strategiekeuze en het kolomsgewijs delen (Kolomsgewijs/Cijferen op ***-niveau) elkaar af. De vrije strategiekeuze komt vrij regelmatig terug (met twee periodes, van week 14-20 en vanaf week 29, waarin nauwelijks opgaven worden aangeboden), waarbij het aantal opgaven per week behoorlijk verschilt. In de meeste weken komt het aantal opgaven niet boven de 20 uit, terwijl er in een aantal weken ook pieken zijn. De hoogste zijn in week 25 (* 35 opgaven) en 7 (** 108 opgaven; *** 105 opgaven). Bij nog geen derde van het totaal aantal opgaven wordt expliciet aangestuurd op handig rekenen. Deze strategiekeuze wordt in week 25 geïntroduceerd, waarbij in de instructie verschillende manieren worden behandeld waarmee opgaven handig opgelost kunnen worden. De getalstrategieën compenseren, transformeren en splitsen maken hier deel van uit. De leerlingen zouden in de instructie uitgedaagd worden om in tweetallen handige manieren te bedenken om opgaven makkelijker oplosbaar te maken.

Ook in groep 8 wisselen vrij strategiegebruik en kolomsgewijs delen (Kolomsgewijs/Cijferen op **- en ***-niveau) elkaar af, regelmatig dan in groep 7 en met minder grote verschillen in aantallen tussen de weken. Op *-niveau worden er na week 30 geen deelopgaven meer aangeboden. Op de andere twee niveaus gebeurt dit pas de laatste week. De hoogste pieken bevinden zich in week 16 (* 59 opgaven; ** 79,5 opgaven en *** 75 opgaven). Van het totaal aantal variabele strategie-opgaven in groep 8, wordt bij ongeveer een zesde expliciet aangestuurd op handig rekenen.

Overeenkomsten tussen de drie niveaus zijn het aantal opgaven: Op alle drie de niveaus krijgen de leerlingen bij grote aantallen opgaven de keuze om zelf een strategie te kiezen. In alle leerjaren van de bovenbouw en op alle niveaus voert deze vrije strategiekeuze de boventoon. Het aantal opgaven is in bepaalde weken echter wel vele malen hoger dan in de rest van het jaar, waardoor pieken ontstaan. Een verschil tussen de niveaus is dat de deelopgaven in groep 8 op *-niveau eerder stoppen dan op de andere twee niveaus. Bovendien krijgen deze twee niveaus een extra vrije strategiekeuze, wanneer ze eenmaal de staartdeling hebben geleerd en mogen kiezen tussen deze strategie en kolomsgewijs delen.

WiG. In de leerkrachthandleiding wordt beschreven dat het vrije strategiegebruik bij gemiddelde en sterke rekenaars wordt nagestreefd. Voor zwakke rekenaars zou het strategiegebruik worden vastgesteld: zij maken gebruik van de strategie herhaald aftrekken. Echter, dit wordt in de lessen niet meer expliciet besproken. Ook is niet duidelijk of met zwakke rekenaars alle leerlingen worden bedoeld die op *-niveau werken, of alleen de

leerlingen die verlengde instructie krijgen, of een andere groep leerlingen. Om die reden wordt het strategiegebruik als variabel gecodeerd, ook op *-niveau, wanneer niet expliciet op één strategie wordt aangestuurd.

In week 13 (** en ***) van groep 5 worden voor het eerst deelopgaven aangeboden. Hoewel in de instructie de analogie met de deeltafels wordt gelegd, mogen de leerlingen deze opgaven uitrekenen met een zelf gekozen strategie (de instructie luidt: Maak de sommen). Aangezien het hier om omgekeerde vermenigvuldigingen gaat, van het type $\dots \times 20 = 60$ zouden deze opgaven net als de vermenigvuldigingen met de strategie herhaald optellen of aftrekken kunnen worden opgelost. Ook zouden leerlingen kunnen verdelen, door groepjes te maken. De tweede keer dat deelopgaven aan bod komen, in week 21 (op *-niveau voor de eerste keer), wordt het begrip 'rest' geïntroduceerd. De leerlingen leren dat er tussen de uitkomsten van de deeltafels sommen gemaakt kunnen worden die niet op een rond getal uitkomen. Ondanks de directe relatie die wordt gelegd met de deeltafels, zijn de leerlingen ook hier vrij om een strategie te kiezen. Vanaf dat moment komt de vrije strategiekeuze regelmatig terug, waarvan bij slechts 3 opgaven wordt aangestuurd op handig rekenen.

In groep 6 komt het vrije strategiegebruik ook regelmatig aan bod. Alleen in week 31 wordt bij een aantal opgaven expliciet aangestuurd op een getalstrategie. Van het totaal aantal opgaven waarbij leerlingen een vrije strategiekeus hebben, wordt bij ongeveer 60 opgaven aangestuurd op handig rekenen. De eerste 12 weken van groep 7 bevatten afwisselend getalstrategieën en opgaven met een vrije strategiekeuze. Daarna wisselen variabel strategiegebruik en kolomsgewijs delen elkaar regelmatig af. Gedurende het hele jaar wordt bij 18 (* en ***) en 40 (**) opgaven aangestuurd op handig rekenen.

In groep 8 komen alle strategieën aan bod. Op *-niveau wisselen vrij strategiegebruik, kolomsgewijs rekenen en getalstrategieën elkaar af. De strategieën vormen een regelmatig patroon, van steeds ongeveer 10 opgaven per week, met een enkele week niets en sommige weken met verschillende strategieën. Op **-niveau ligt het aantal opgaven vaak tussen de 10 en de 25, waarbij ook de cijferstrategie voorkomt. Op ***-niveau houden de deelopgaven na week 22 op (met uitzondering van 3 opgaven in week 33). Vóór dat moment komen alle strategieën voor (ook Kolomsgewijs/Cijferen), maar met minder regelmaat en ook met weken waarin geen deelopgaven worden aangeboden. Er bevindt zich een piek in week 20 met 41 opgaven. In totaal wordt bij 6 (* en ***) en 14 (**) opgaven aangestuurd op handig rekenen.

Een duidelijk verschil tussen de rekenniveaus is dat doorgaans op *-niveau minder opgaven worden aangeboden die leerlingen variabel mogen oplossen dan op de andere twee niveaus. Op **-niveau wordt daarbij vaker aangestuurd op handig rekenen, al gaat dit bij alle

drie de niveaus verhoudingsgewijs slechts om kleine hoeveelheden. Een belangrijke overeenkomst is dat het vrij strategiegebruik de meest voorkomende strategie is in alle leerjaren van de bovenbouw, op alle niveaus. Dit resultaat is in lijn met het streven van de methode zelf.

Welke plaats hebben kale en contextopgaven in de leerlijn delen?

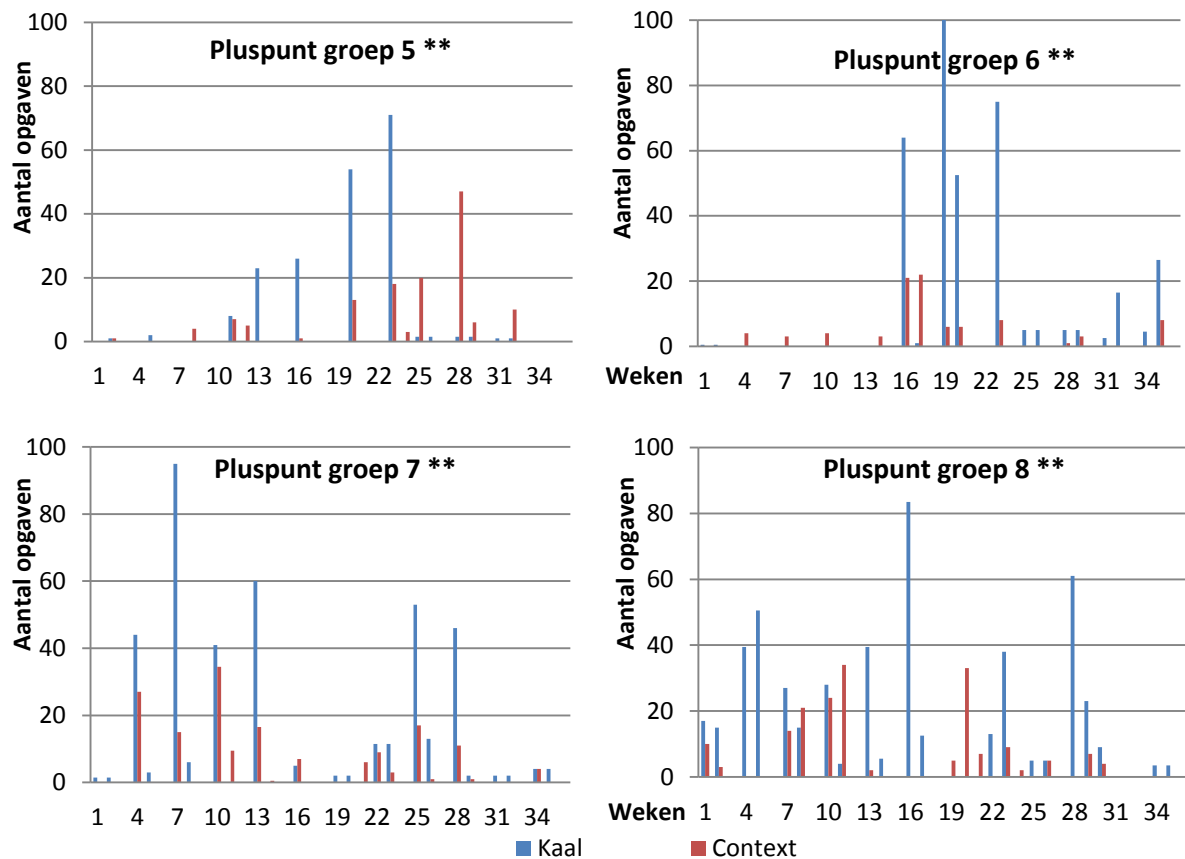
Pluspunt. In groep 5 wordt ongeveer 40 tot 45% van de opgaven in context aangeboden (Tabel F1). In de eerste helft van het jaar komen meer kale opgaven aan bod, terwijl in de tweede helft van het jaar juist meer contextopgaven voorkomen (Figuur F7). Dit is voor alle drie de niveaus ongeveer gelijk. Het aandeel contextopgaven is in groep 6 een stuk lager dan in groep 5: tussen de 10 en 20%. Beide soorten opgaven komen gedurende het hele jaar voor. Echter op *- en **-niveau worden aan het begin van het jaar minder opgaven aangeboden en op alle niveaus komen er pieken van kale opgaven (met vrij strategiegebruik) voor in week 19 (* 97 opgaven; ** 100,5 opgaven en *** 95 opgaven).

In groep 7 ligt het aandeel contextopgaven op een kwart tot een derde. Het verloop is op ***-niveau regelmatig en gelijkmatiger dan op de andere twee niveaus. Op *-niveau is er een flinke piek in week 13 van 71 kale opgaven. Op **- en ***-niveau ligt de piek in week 7 met 95 (**) en 87 (***) kale opgaven. Het aandeel contextopgaven in groep 8 is gelijk aan dat in groep 7. Het verloop is voor de drie niveaus vergelijkbaar, waarbij kale en contextopgaven elkaar regelmatig afwisselen. Gezien het grotere totaal aantal opgaven op **- en ***-niveau zijn de pieken kale opgaven hoger dan op *-niveau (in week 16 heeft ** 83,5 kale opgaven en *** 79 kale opgaven). Bij vergelijking van de niveaus blijkt dat, met uitzondering van groep 6,

Tabel F1.

Aantal en percentage kale en contextopgaven in Pluspunt per leerjaar en per niveau

Groep	Soort som	Niveau					
		*		**		***	
		Aantal	Percentage	Aantal	Percentage	Aantal	Percentage
5	Kaal	156	55%	193	59 %	212	60%
	Context	128	45%	134	41%	140	40%
6	Kaal	367	87%	364	80%	397	82%
	Context	53	13%	89	19%	87	18%
7	Kaal	202	67%	401	70%	394	74%
	Context	87	30%	162	28%	136	26%
8	Kaal	383	69%	498	73%	512	74%
	Context	170	31%	180	27%	176	26%



Figuur F7. Pluspunt: Aantal kale en contextopgaven per leerjaar, per week

het percentage contextopgaven op *-niveau hoger is dan op de andere twee niveaus. De percentages tussen **- en ***-niveau zijn vergelijkbaar.

WiG. In groep 5 is het aandeel contextopgaven op *-niveau groter dan het aandeel kale opgaven op **- en ***-niveau: ruim 70% (Tabel F2). Aangezien op *-niveau de eerste deelopgaven pas in week 21 worden aangeboden, begint hier ook het verloop van kale en contextopgaven. Vanaf dat moment komen er regelmatig contextopgaven aan bod. De kale opgaven komen enkel in week 22, 30 en 35 voor. Het contextgebruik gaat samen met het aanleren van het begrip 'rest'. Hoewel op **-niveau al deelopgaven voorkomen in week 13, worden daarna, net als op *-niveau, pas weer in week 21 deelopgaven aangeboden. In tegenstelling tot *-niveau gaan de leerlingen op **-niveau over van contextsommen met rest op kale sommen met rest (Figuur F8). Het patroon ziet er op ***-niveau vergelijkbaar uit, met als grootste verschil dat er tussen week 13 en week 21 wel een aantal deelopgaven aangeboden worden.

In groep 6 is het aandeel contextopgaven op alle niveaus ongeveer een derde. Het verloop van zowel kale als contextopgaven is zeer regelmatig verdeeld over het jaar. Op ***-niveau is de spreiding tussen de opgaven net iets groter dan op de andere twee niveaus en zijn

Tabel F2.

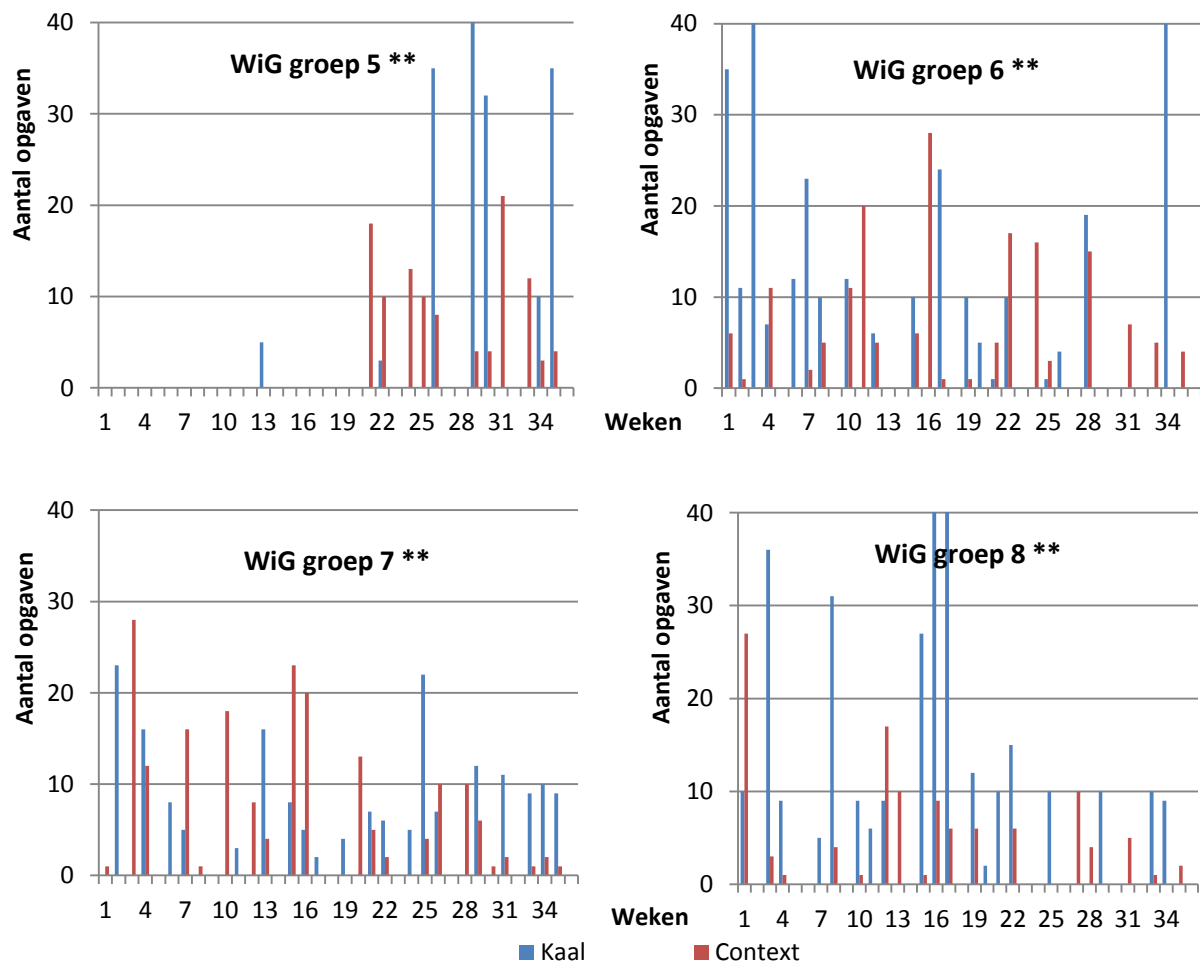
Aantal en percentage kale en contextopgaven in WiG per leerjaar en per niveau

Groep	Soort som	Niveau					
		*		**		***	
		Aantal	Percentage	Aantal	Percentage	Aantal	Percentage
5	Kaal	30	29%	160	60%	109	59%
	Context	75	71%	107	40%	77	41%
6	Kaal	173	64%	289	63%	206	68%
	Context	99	36%	169	37%	98	32%
7	Kaal	108	42%	188	50%	123	43%
	Context	150	58%	188	50%	164	57%
8	Kaal	133	54%	320	74%	225	76%
	Context	112	46%	113	26%	72	24%

er verhoudingsgewijs net iets meer kale opgaven. In groep 7 stijgt het aandeel contextopgaven opvallend genoeg weer naar (ruim) 50%. De opgaven komen regelmatig aan bod en kaal en context wisselen elkaar gelijkmatig af. Alleen is op *- en ***-niveau de spreiding tussen weken groter, met vaker weken geen of weinig opgaven. Hoewel het aanleren van het kolomsgewijs delen samen gaat met het hoge aantal contextopgaven, zijn de kolomsgewijze opgaven hoofdzakelijk kaal. Het zijn de rijtjes opgaven met eenheden (maten) en geld die als contextopgave worden aangeboden.

In groep 8 verschilt *-niveau enorm van de andere twee niveaus bij vergelijking van het aandeel contextopgaven. Op *-niveau is bijna de helft van de opgaven gepresenteerd in een context, terwijl dit op **- en ***-niveau slechts een kwart is. Het verloop van de opgaven op *-niveau is zeer gelijkmatig, waar op **- en ***-niveau meerdere pieken van kale opgaven zijn (** week 16 en 17 met 46 en 54 opgaven; *** week 20 met 41 opgaven). Waar op ***-niveau na week 22 geen opgaven meer worden aangeboden (met uitzondering van week 33), loopt dit op de andere twee niveaus door tot het einde van het jaar.

Bij vergelijking van de rekenniveaus wordt duidelijk dat in groep 5 en 8 het percentage contextopgaven op *-niveau hoger is dan op de andere twee niveaus. In groep 6 is het percentage contextopgaven op *- en **-niveau gelijk en hoger dan op ***-niveau, terwijl in groep 7 het percentage op *- en ***-niveau gelijk is en hoger dan op **-niveau. Wat betreft de opbouw lijkt het alsof deze op ***-niveau onregelmatiger is dan op de andere twee niveaus. Op **-niveau zijn de opgaven steeds en meest gelijkmatig verdeeld, waarbij kale en contextopgaven elkaar het meest regelmatig afwisselen.



Figuur F8. WiG: Aantal kale en contextopgaven per leerjaar, per week

In welke mate en wanneer komen verschillende getalsoorten aan bod?

Pluspunt. Met uitzondering van week 11 van groep 5, waarin drie opgaven met rest voorkomen, worden in de eerste helft van het jaar meercijferige deelopgaven aangeboden. Vanaf week 20, waarin het begrip ‘rest’ wordt geïntroduceerd (Figuur F9), komen nog voornamelijk opgaven aan bod waarbij leerlingen een rest overhouden en wordt het aantal meercijferige opgaven teruggebracht naar maximaal 11 per week (Figuur F10). In groep 6 komen de meercijferige opgaven weer meer terug, die vanaf week 4 met enkele kommagetallen worden afgewisseld. In week 17 verschijnt de eerste opgave waarbij het quotiënt een kommagetal is. Vanaf week 20 wisselen meercijferige opgaven en opgaven met quotiënt-kommagetallen elkaar af, met tussenkomst van drie kommagetallen in week 29 op **-niveau. In groep 7 worden op *-niveau voornamelijk meercijferige opgaven aangeboden (drie kwart), afgewisseld met enkele kommagetallen en aan het einde van het jaar enkele opgaven met rest. Naast de piek in week 13 van 70 meercijferige opgaven en steeds ongeveer 20 opgaven per week tussen week 18 en 27 is er nauwelijks aanbod. Op **- en ***-niveau

komen alle soorten opgaven aan bod, met vooral veel aanbod in de eerste helft van het jaar en tussen week 22 en 28. Op ***-niveau is het aandeel restopgaven net iets hoger dan op **-niveau en het aandeel meercijferige opgaven juist net iets lager. In groep 8 komen alle soorten opgaven gemengd aan bod. Op *-niveau ligt de nadruk nog net iets meer op meercijferige opgaven (zo'n 60%) dan op de andere twee niveaus (krap 50%), waarvoor in de plaats meer restopgaven zijn.

Bij vergelijking van de drie rekenniveaus wordt duidelijk dat op ***-niveau de verdeling van het aantal opgaven en van het soort opgaven gelijkmatiger is dan op de andere twee niveaus (met uitzondering van groep 7). Dit is in lijn met het gegeven dat er op ***-niveau meer opgaven zijn dan op de andere twee niveaus, waardoor er meer te verdelen valt. Wat betreft het aandeel van de soorten opgaven zijn er in groep 5 en 6 veel overeenkomsten tussen de niveaus, terwijl er in groep 7 en 8 meer verschillen zijn. In groep 5 is ongeveer twee derde van de opgaven met rest en een derde meercijferig. In groep 6 is ongeveer twee derde van de opgaven meercijferig, een kwart met rest en nog een beetje van de twee andere soorten. Dat geldt voor alle niveaus. In groep 7 en 8 is weliswaar op alle drie de niveaus het aandeel meercijferige opgaven het grootst, maar verschilt de hoeveelheid. Op *-niveau is het aandeel namelijk altijd groter dan op de andere twee niveaus. In groep 7 is het aandeel meercijferige opgaven op **-niveau weer groter dan op ***-niveau. Echter, in groep 8 is dit niet het geval.

blok 7 les 8

1 Reken uit.
Schrijf de som op.

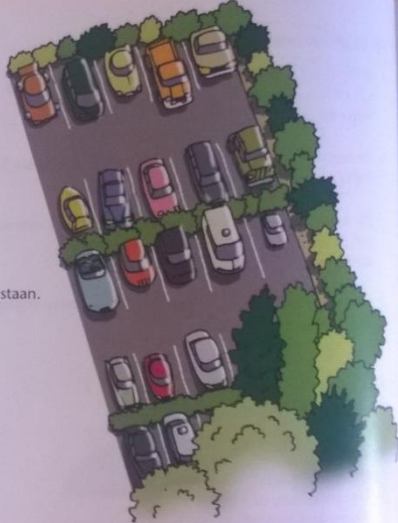
- Er zijn 28 auto's. Hoeveel volle rijen zijn dat?
Hoeveel auto's blijven er over?
- Er zijn 49 auto's. Hoeveel volle rijen zijn dat?
Hoeveel auto's blijven er over?
- Er zijn 54 auto's. Hoeveel volle rijen zijn dat?
Hoeveel auto's blijven er over?

Op een ander parkeerterrein kunnen rijen met 8 auto's staan.

- Er zijn 36 auto's. Hoeveel volle rijen zijn dat?
Hoeveel auto's blijven er over?
- Er zijn 28 auto's. Hoeveel volle rijen zijn dat?
Hoeveel auto's blijven er over?
- Er zijn 86 auto's. Hoeveel volle rijen zijn dat?
Hoeveel auto's blijven er over?

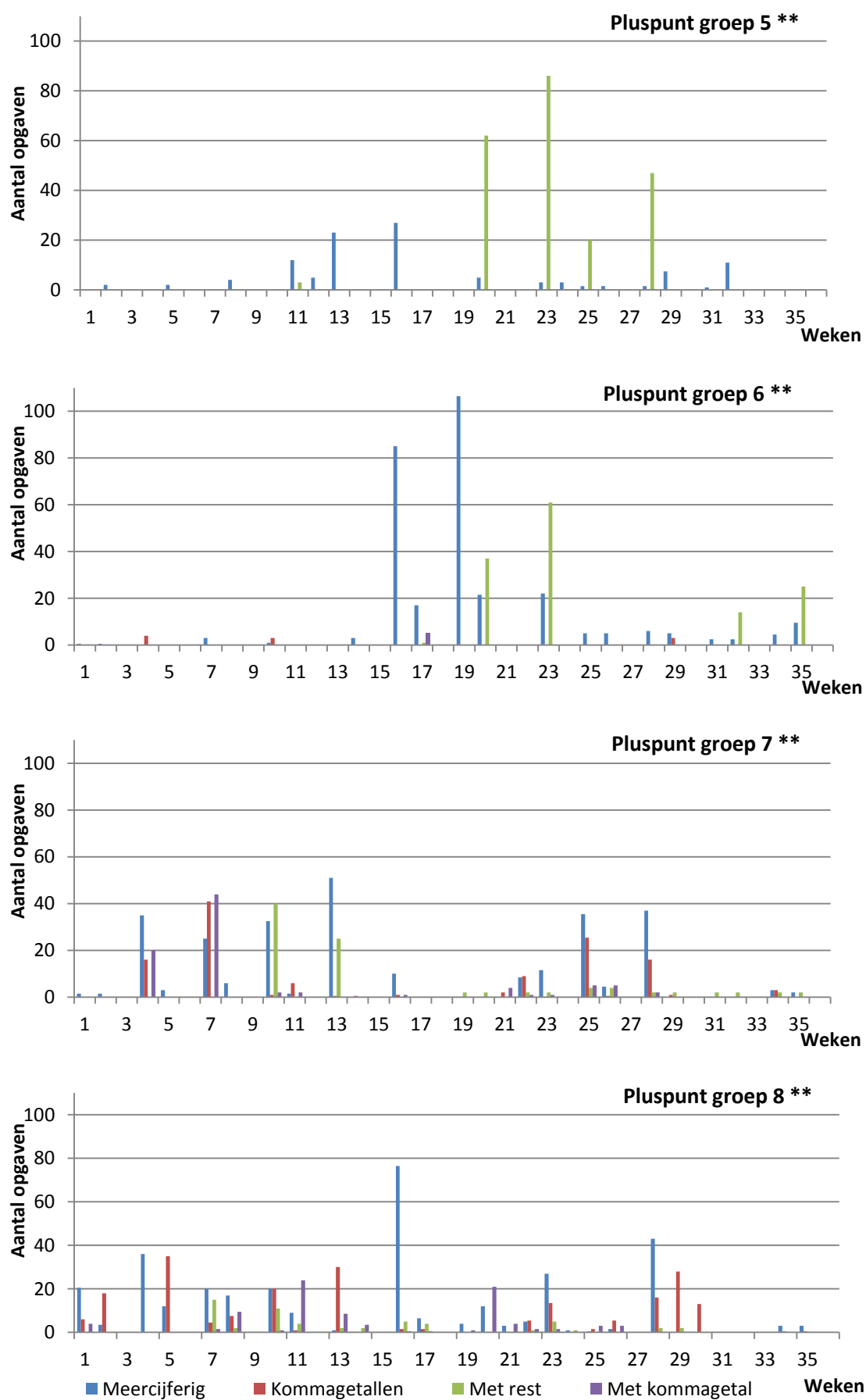
2 Reken uit.

13 : 2 = rest	53 : 6 = rest	68 : 7 = rest	21 : 2 = rest
20 : 3 = rest	30 : 7 = rest	49 : 8 = rest	42 : 6 = rest
39 : 4 = rest	38 : 8 = rest	58 : 6 = rest	74 : 8 = rest
54 : 5 = rest	75 : 9 = rest	74 : 9 = rest	52 : 4 = rest
31 : 10 = rest	19 : 3 = rest	34 : 6 = rest	28 : 6 = rest
31 : 3 = rest	19 : 2 = rest	40 : 6 = rest	81 : 5 = rest



Figuur F9. Introductie 'rest', Pluspunt groep 5, blok 7, les 8, lesboek p. 82

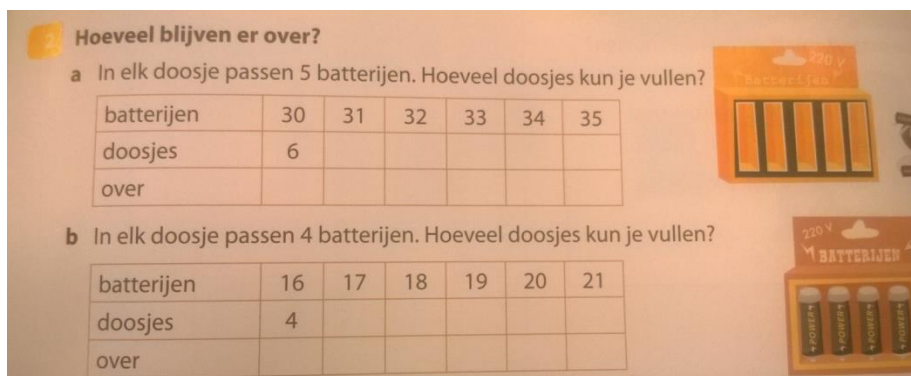
Leerlijn delen in Pluspunt en WiG vergeleken



Figuur F10. Pluspunt: Aantal deelopgaven per leerjaar, per week, uitgesplitst naar getalsoort

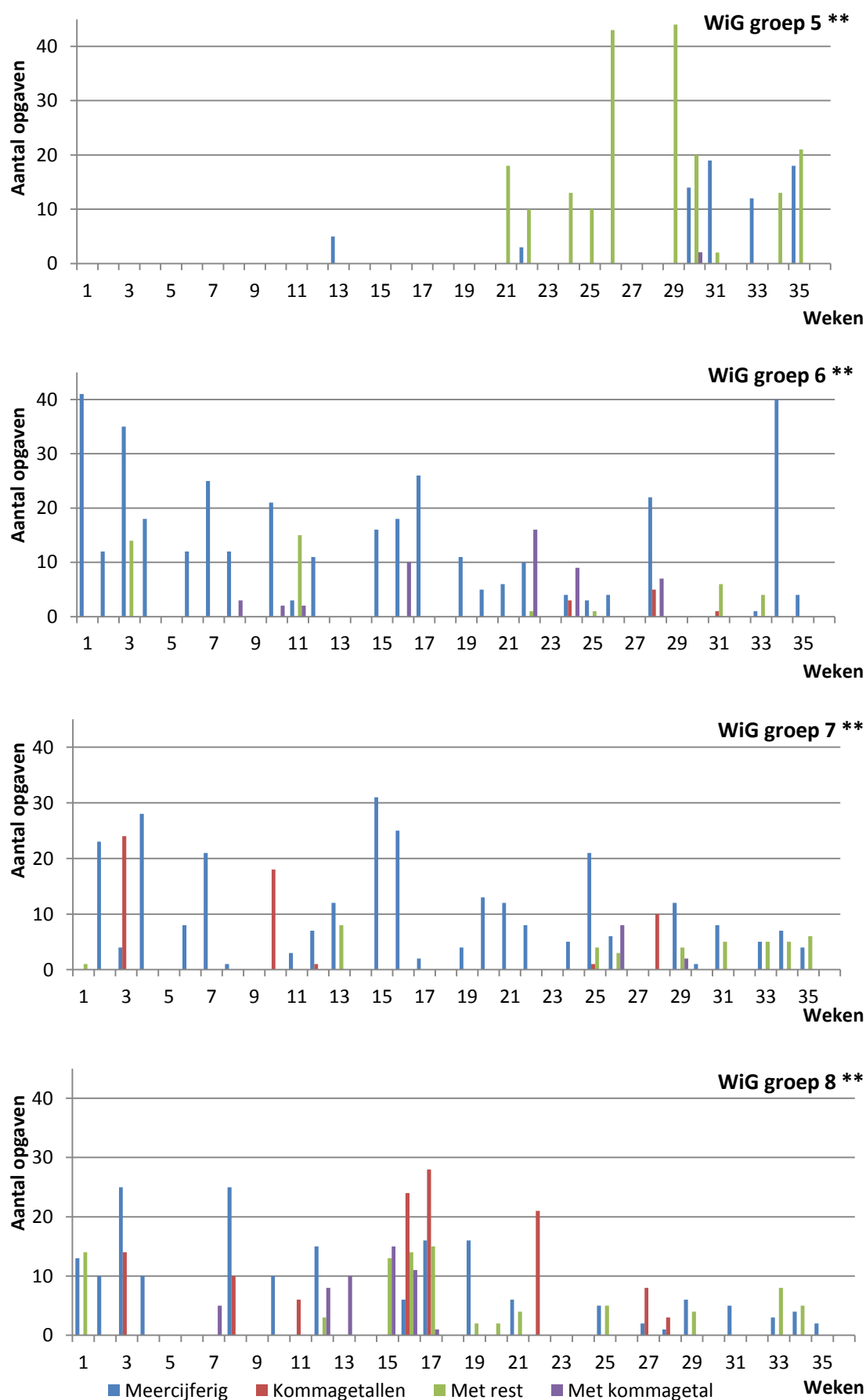
WiG. Waar op **- en ***-niveau in week 13 van groep 5 wordt begonnen met meercijferige deelopgaven, wordt op *-niveau in week 21 direct gestart met deelopgaven met rest (Figuur F11 en F12). Op alle niveaus wisselen opgaven met deze twee getalsoorten elkaar af, waarbij in week 30 ook een aantal opgaven voorkomt waarvan het quotiënt een kommagetal is. Opvallend is dat op ***-niveau het percentage restopgaven lager is dan op *- en **-niveau. In groep 6 blijven meercijferige en restopgaven elkaar afwisselen, waarbij meercijferige opgaven de boventoon voeren (ongeveer 75%). Vanaf week 8 komen er af en toe opgaven bij waarvan het quotiënt een kommagetal is en vanaf week 24 ook opgaven met kommagetallen in de som. Net als in groep 6 is in groep 7 ongeveer drie kwart van de opgaven meercijferig, die worden afgewisseld met de drie andere soorten opgaven; aan het begin van het jaar vooral met opgaven met kommagetallen, aan het einde van het jaar meer met restopgaven (Figuur F12). In groep 8 komen alle getalsoorten gelijkmatiger aan bod. Op ***-niveau beslaan de meercijferige opgaven en kommagetal-opgaven beide een derde van het totaal. De restopgaven en opgaven met het quotiënt als kommagetal beslaan beide een zesde van het totaal aantal opgaven. Op *- en **-niveau zijn er verhoudingsgewijs meer restopgaven, in plaats van kommagetallen. Op **-niveau is het aantal meercijferige opgaven nog iets groter, ten koste van het aantal kommagetallen. Op ***-niveau worden na week 22 geen deelopgaven meer aangeboden (op week 33 na).

De vier leerjaren samengenomen blijkt dat de getalsoort die de boventoon voert altijd een groter aandeel heeft op **-niveau dan op de andere twee niveaus. Daarna volgt *-niveau en op ***-niveau is het aandeel van getalsoorten het meest verdeeld. Het aandeel meercijferige opgaven is altijd het grootst, op groep 5 na, waar opgaven met rest het meest voorkomen. Waar het aandeel restopgaven door de jaren af- en weer toeneemt, het aandeel quotiënt-kommagetallen toe- en weer afneemt, neemt het aandeel kommagetalopgaven enkel toe met de jaren.



Figuur F11. Introductie 'rest', WiG groep 5, blok 1b, week 3, les 2, Rekenboek p. 13

Leerlijn delen in Pluspunt en WiG vergeleken



Figuur F12. WiG: Aantal deelopgaven per leerjaar, per week, uitgesplitst naar getalsoort